

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ**  
**ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**



## ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΠΡΟΟΛΟΙ

### Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

1.	Σ
2.	Σ
3.	Λ
4.	Σ
5.	Λ
6.	Σ

7.	Λ
8.	Σ
9.	Σ
10.	Σ
11.	Λ

12.	Λ
13.	Λ
14.	Σ
15.	Λ
16.	Λ
17.	Σ

### Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.	Δ
2.	Γ
3.	Δ
4.	Γ
5.	Δ
6.	Δ
7.	Β
8.	Ε
9.	Δ
10.	Β
11.	Β

12.	Δ
13.	Γ
14.	Ε
15.	Δ
16.	Δ
17.	Γ
18.	Δ
19.	Ε
20.	Α
21.	Δ
22.	Γ

23.	Δ
24.	Γ
25.	Ε
26.	Δ
27.	Α
28.	Γ
29.	Ε
30.	Δ
31.	Β
32.	Β
33.	Β
34.	Ε

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης**

1. α)  $1 \cdot -2 \cdot 4$                       β)  $54 \cdot -18 \cdot \frac{2}{3}$

γ)  $\pm 4 \cdot \pm 16 \cdot 32$                       δ)  $1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16}$

2. α)  $\pm 16$                       β)  $8 \cdot 32$                       γ)  $\pm 4\sqrt{2} \cdot -16 \cdot \pm 32\sqrt{2}$

3. α)  $xy^3 \cdot xy^5 \cdot xy^7$                       β)  $\pm xy^2 \cdot \pm x \cdot \pm \frac{x}{y^2}$

γ)  $\frac{x}{y^3} \cdot \frac{x}{y} \cdot x$                       δ)  $\frac{x\sqrt{y}}{y^2} \cdot x \cdot xy\sqrt{y}$

4. α)  $a_{35} \cdot a_{16}$                       β)  $a_{1000}$

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1.

1	Β
2	Δ
3	Α

2.

1	Γ
2	Α
3	Δ

3.

1	Γ
2	Β
3	Ε

4.

1	Γ
2	Δ

**Απαντήσεις - υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης**

1. α) 5, 15, 45, ...      β)  $\frac{2}{3}, \frac{2}{12}, \frac{2}{48}, \dots$       γ) - 20, - 10, - 5, ...

2.  $x = 5$

3. α)  $a_6 = \frac{2}{243}$       β)  $a_1 = 14$       γ)  $\lambda = \pm 2$       δ)  $v = 5$

4.  $a_1 = - 162$  &  $\lambda = \frac{1}{3}$     ή     $a_1 = 162$  &  $\lambda = - \frac{1}{3}$

5.  $\lambda = 2$

6. α)  $S_4 = \frac{85}{8}$       β)  $S = \frac{32}{3}$

7. α)  $v = 6$       β)  $\lambda = \pm \frac{1}{3}$

8. α)  $a_1 = \frac{1}{5}$  &  $\lambda = 5$     β)  $a_1 = \pm 8$  &  $\lambda = \pm \frac{1}{2}$

9. α)  $v = 10$       β)  $v = 6$

10. Αν οι τρεις αριθμοί είναι  $\frac{x}{\omega}$ ,  $x$ ,  $x\omega$  τότε ισχύει ότι

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{\omega} + x + x\omega &= 14 \\ \frac{x}{\omega} \cdot x \cdot x\omega &= 64 \end{aligned} \right\}, \text{ οπότε}$$

βρίσκουμε 2, 4, 8 (ή 8, 4, 2)

11. Έστω  $\frac{x}{\omega^3}$ ,  $\frac{x}{\omega}$ ,  $x\omega$ ,  $x\omega^3$  οι τέσσερις αριθμοί, οπότε βρίσκουμε  $\frac{1}{4}$ , 1, 4, 16  
(ή 16, 4, 1,  $\frac{1}{4}$ )

12. Αν  $\frac{x}{\omega^3}$ ,  $\frac{x}{\omega}$ ,  $x\omega$ ,  $x\omega^3$  είναι οι τέσσερις αριθμοί, τότε βρίσκουμε ότι αυτοί  
είναι  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{5}{2}$ , 10, 40 ή  $-\frac{5}{8}$ ,  $-\frac{5}{2}$ , -10, -40

13. Ισχύει ότι  $a_1 + a_2 = 10$  και  $a_2 + a_3 = 15$ , οπότε οι αριθμοί είναι 4, 6, 9

14. Ισχύει ότι  $a_6 = 4a_4$  και  $a_2 + a_5 = 216$ , οπότε  $a_1 = 12$  και  $\lambda = 2$  ή  $a_1 = \frac{108}{7}$   
και  $\lambda = -2$

15. Ισχύει ότι  $a_2 = a_1 + 3$  και  $a_3 = a_4 - 12$ , οπότε βρίσκουμε τους αριθμούς  
3, 6, 12, 24 ή -1, 2, -4, 8

16. **α)** 81      **β)**  $\alpha_1 \cdot \alpha_n = \alpha_2 \alpha_{n-1} = \alpha_3 \alpha_{n-2} = \dots$  ( $= \alpha_\mu^2$  αν υπάρχει μεσαίος όρος  $\alpha_\mu$ )  
**γ)** όχι      **δ)** δεν ισχύει

17. **α)**  $S_6 = 21$                       **β)**  $v = 8$

18.  $S_4 = 9(1 + \sqrt{2})$

19.  $\alpha_1 = 2$  και  $\lambda = 2$  ή  $\alpha_1 = -6$  και  $\lambda = -2$

20. **α)** 2                      **β)**  $\frac{1}{3}$                       **γ)**  $\frac{3}{2}$                       **δ)**  $\frac{1}{4}$

21.  $\alpha_1 = 50$

22.  $\lambda = \frac{2}{3}$

23.  $\alpha_1 = 5$  &  $\lambda = \frac{1}{5}$  ή  $\alpha_1 = \frac{15}{2}$  &  $\lambda = -\frac{1}{5}$

24. **α)**  $\lambda' = \lambda^2$       **β)**  $\alpha_1 = 4$  &  $\lambda = \frac{1}{3}$

25. **α)** Είναι  $\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{\alpha_1 \lambda^9}{\alpha_1 \lambda^4} = \lambda^5$ , οπότε βρίσκουμε  $\lambda = 2$

**β)**  $\alpha_1 = 2$  και  $\lambda = 3$

26.  $\frac{1}{v-1}$

27. **α)**  $2 - \sqrt{2}$       **β)** 8      **γ)**  $\frac{4}{3}$       **δ)**  $\frac{3}{2}$

28. **α)**  $x = 10$       **β)**  $x = \pm 0,8$       **γ)**  $x = \pm \frac{\pi}{3}$

29.  $\alpha_\mu = \alpha_1 \lambda^{\mu-1}$ ,  $\alpha_\kappa = \alpha_1 \lambda^{\kappa-1}$ , διαιρούμε και έχουμε το ζητούμενο

30. **α)**  $\lambda = \pm 1$       **β)**  $\Pi = 0$

31. **α)**  $\alpha_{v+1} = 3 \cdot 2^{v+1}$       **β)**  $\alpha_1 = 6$  &  $\lambda = 2$       **γ)**  $v = 10$

32. **α)**  $S_{v-1} = 2(3^{v-1} - 1)$       **β)**  $\alpha_v = 4 \cdot 3^{v-1}$       **γ)**  $\alpha_{v-1} = 4 \cdot 3^v$   
**δ)**  $\alpha_1 = 4$  και  $\lambda = 3$       **ε)**  $v = 5$



$$33. \text{ α) } \alpha_2 = \frac{\alpha}{2}, \alpha_3 = \frac{\alpha}{4}, \alpha_v = \frac{\alpha}{2^{v-1}}, \Pi_1 = 3\alpha, \Pi_2 = \frac{3\alpha}{2}, \Pi_3 = \frac{3\alpha}{4}, \Pi_v = \frac{3\alpha}{2^{v-1}}$$

$$\text{β) } \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 2, \Pi_1 = 24, \Pi_2 = 12, \Pi_3 = 6, \Pi_p = 0,75, \rho = 6, \alpha_p = 0,25$$

$$34. \alpha_2 = \frac{\alpha}{2}, \alpha_3 = \frac{\alpha}{4}, \alpha_{10} = \frac{\alpha}{2^9}$$

$$E_1 = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4}, E_2 = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{16}, E_3 = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{64}, E_{10} = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4^{10}}$$

$$\Pi_1 = 3\alpha, \Pi_2 = \frac{3\alpha}{2}, \Pi_3 = \frac{3\alpha}{4}, \Pi_{10} = \frac{3\alpha}{2^9}$$

$$S_{\pi\lambda} = 2\alpha, S_E = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{3}, S_{\Pi} = 6\alpha$$

$$35. \text{ i) } c_5 = \frac{R}{16}, c_6 = \frac{R}{32} \quad \text{ii) } \Gamma_7 = \frac{\pi R}{32} \quad \text{iii) } E_{12} = \frac{\pi R^2}{4^{11}}$$

$$\text{iv) } S_5 = \frac{341\pi R^2}{256} \quad \text{v) } S = \frac{4\pi R^2}{3}$$

$$36. \text{ α) } 17,5 \text{ mg} \quad \text{β) } \cong 17,344 \text{ mg} \quad \text{γ) } 40 \text{ mg} \quad \text{δ) } 12,5 \text{ mg}$$

**Υπόδειξη:** α), β) Η ποσότητα του φαρμάκου που παραμένει στο αίμα του ασθενούς είναι τα  $\frac{3}{4}$  αυτής που υπήρχε στην αρχή του

τετραώρου. Έχουμε δηλαδή γεωμετρική πρόοδο με λόγο 0,75.

γ) Το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου αυτής είναι 40 mg.

δ) Η επικίνδυνη δόση είναι αυτή που θα δώσει άθροισμα απείρων όρων 50 mg κάτω από τις ίδιες προϋποθέσεις.

37. I. i) Λ      ii) Λ      iii) Λ      iv) Σ      v) Λ  
 II. i) Ε      ii) Γ      iii) Γ

38. α)  $M_{\Gamma} = 4 < M_A = 5$

β) Έστω  $M_{\Gamma}$  ο μέσος και  $M_A$  ο αριθμητικός μέσος των αριθμών  $x, y$ .

Θα δείξουμε ότι  $M_{\Gamma} \leq M_A$ .

Πράγματι  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} \Leftrightarrow (\sqrt{xy})^2 \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4xy \leq (x+y)^2 \Leftrightarrow$

$(x-y)^2 \geq 0$ , που ισχύει

39. Ισχύει  $\beta^2 = \alpha\gamma$ . Πρέπει να δείξουμε ότι:  $\frac{2}{\alpha-\gamma} = \frac{1}{\alpha-\beta} + \frac{1}{\alpha+\beta}$  κλπ.

40. Αν  $x, y, \omega$  οι αριθμοί τότε ισχύουν ότι  $\left. \begin{array}{l} y^2 = x\omega \\ 2(y+8) = x + \omega \\ (y+8)^2 = x(\omega+64) \end{array} \right\}$

οπότε βρίσκουμε τους αριθμούς 4, 12, 36

41. Αν  $x, y, \omega$  οι αριθμοί τότε ισχύουν ότι  $\left. \begin{array}{l} 2y = x + \omega \\ x + y + \omega = 15 \\ (y+4)^2 = (x+1)(\omega+19) \end{array} \right\}$

οπότε βρίσκουμε τους αριθμούς 2, 5, 8 ή τους 26, 5, -16

$$42. \text{ Αν } x, y, \omega \text{ οι αριθμοί τότε ισχύουν ότι } \left. \begin{array}{l} y^2 = x\omega \\ 2y = x + (\omega - 4) \\ (y - 1)^2 = x(\omega - 5) \end{array} \right\}$$

οπότε βρίσκουμε τους αριθμούς 1, 3, 9

$$43. \text{ Αν } x, y, \omega, z \text{ οι αριθμοί τότε ισχύουν ότι } \left. \begin{array}{l} y^2 = x\omega \\ x + z = 14 \\ 2\omega = y + z \\ y + \omega = 12 \end{array} \right\}$$

οπότε βρίσκουμε τους αριθμούς 2, 4, 8, 12

44.  $S \text{ ύψους} < 2 \text{ m}$ ,  $S \text{ πλάτους} < 2 \text{ m}$ ,  $S \text{ “βάθους”} < 1 \text{ m}$

**Υπόδειξη:** Υπολογίστε τα αθροίσματα των απείρων όρων των γεωμετρικών προόδων που δείχνουν την καθ’ ύψος, κατά πλάτος και κατά “βάθος” ανάπτυξη του φυτού.

45. **α)** Πρόταση Πέτρου: 33.000, πρόταση πατέρα: 32.000 δρχ.

**β)** Πρόταση Πέτρου: 285.000, πρόταση πατέρα: 511.500 δρχ.

