ΣΧΕΔΙΑ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ

(Κεφάλαιο 3ο: Πρόοδοι)

Τα κριτήρια αξιολόγησης που ακολουθούν είναι ενδεικτικά. Ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα διαμόρφωσής τους σε ενιαία θέματα, επιλογής ή τροποποίησης των θεμάτων, ανάλογα με τις διδακτικές ανάγκες του συγκεκριμένου τμήματος στο οποίο απευθύνεται.

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
Διδακτική ενότητα: ***Αριθμητικές Πρόοδοι***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Πότε μια ακολουθία (α_ν) είναι αριθμητική πρόοδος;

β) Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τους αριθμούς α, β, γ ώστε να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

Β. α) Από τις παρακάτω ακολουθίες αριθμητική πρόοδος είναι η

Α. 3, 6, 8, 10, 11, ...

Β. 2, 4, 8, 16, 32, ...

Γ. -3, 1, 5, 9, 13 , ...

Δ. -3, 0, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, ...

Ε. $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \ldots$

β) Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 11$ και $\omega = -3$. Τότε οι **θετικοί** της όροι είναι οι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 4 **Δ.** 5 **Ε.** όλοι οι όροι της

γ) Ο 15 είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών

Α. 5 και 20 **Β.** -5 και -25 **Γ.** -9 και -21 **Δ.** 9 και 21 **Ε.** 9 και -21

δ) i) Ένας μαθητής ύψους 1,7 m στέκεται μπροστά σε μια σκάλα, κάθε σκαλοπάτι της οποίας έχει ύψος 18 cm. Το πρώτο σκαλοπάτι της σκάλας που βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος από τον μαθητή είναι το

Α. όγδοο **Β.** δέκατο **Γ.** ενδέκατο **Δ.** δωδέκατο **Ε.** εικοστό

ii) **Δεν** υπάρχει σκαλοπάτι που να είναι σε ύψος (πάνω από το έδαφος)

Α. 36 cm **Β.** 54 cm **Γ.** 72 cm **Δ.** 1,44 m **Ε.** 1,56 m

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να βρείτε το πλήθος των διψήφιων αρτίων αριθμών.

Β. Να βρείτε το άθροισμα των διψήφιων αρτίων αριθμών.

Γ. Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια του 7 περιέχονται μεταξύ του 15 και του 300.

Δ. Να βρείτε την αριθμητικό πρόοδο της οποίας το άθροισμα των 3 πρώτων όρων της είναι ίσο με - 3 και το άθροισμα των 5 όρων της είναι ίσο με 10.

2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
Διδακτική ενότητα: ***Γεωμετρικές Πρόοδοι***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Ποια ακολουθία είναι γεωμετρική πρόοδος;

β) Ποια σχέση συνδέει τον α_ν με τον α_1 και τον λ;

γ) Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να διατυπώσετε και να αποδείξετε τη σχέση που τους συνδέει.

Β. α) Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο της στήλης Α να αντιστοιχίσετε τους νιοστούς όρους της στήλης Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1) $3, 12, 48, ...$ **2)** $-10, -5, -\frac{5}{2}, ...$ **3)** $24, 8, \frac{8}{3}, ...$	**Α)** $\alpha_\nu = 24\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\nu-1}$ **Β)** $\alpha_\nu = 3\cdot4^{\nu-1}$ **Γ)** $\alpha_\nu = 24\cdot3^{\nu-1}$ **Δ)** $\alpha_\nu = -10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu-1}$ **Ε)** $\alpha_\nu = 3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{\nu-1}$

Απάντηση:

1	**2**	**3**
……	……	……

β) Αν οι θετικοί αριθμοί $\frac{\alpha}{\beta}$, γ, $\alpha\cdot\beta$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε

Α. $\gamma = \beta^2$ **Β.** $\gamma = |\beta|$ **Γ.** $\gamma = 2\alpha$ **Δ.** $\gamma = |\alpha|$ **Ε.** $\gamma = \alpha\cdot\beta$

γ) Για να είναι μία ακολουθία $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_\nu$ γεωμετρική πρόοδος πρέπει

Α. η διαφορά δύο διαδοχικών όρων να είναι σταθερή.

Β. το πηλίκο δύο οποιονδήποτε όρων να είναι σταθερό $\lambda \in R^*$

Γ. το πηλίκο των διαδοχικών όρων της να είναι σταθερό $\lambda \in R^*$

Δ. να είναι $\alpha_1 + \alpha_\nu = \lambda$ για κάθε $\nu \in N^*$

Ε. να είναι $\alpha_\nu^2 = \alpha_1 \cdot \lambda$ για κάθε $\nu \in N^*$

δ) Ο τύπος του αθροίσματος των άπειρων όρων απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου εφαρμόζεται

Α. μόνο αν είναι $\alpha_1 > 0$ και $|\lambda| < 1$

Β. μόνο αν είναι $\alpha_1 > 0$ και $|\lambda| > 1$

Γ. αν είναι $|\lambda| < 1$ ανεξάρτητα των τιμών του α_1

Δ. αν είναι $\alpha_1 > 0$ και $\lambda > 0$

Ε. αν είναι $\alpha_1 < 0$ και $\lambda < 0$

ε) Σε οποιαδήποτε γεωμετρική πρόοδο ισχύει ότι

Α. το άθροισμα των όρων που ισαπέχουν από τους άκρους όρους είναι ίσο με το άθροισμα των άκρων όρων.

Β. το γινόμενο των όρων που ισαπέχουν από τους άκρους όρους είναι σταθερό και ίσο με το γινόμενο των άκρων όρων.

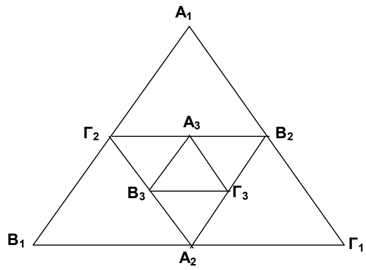
Γ. το $\alpha_1 \cdot \alpha_\nu = \lambda^\nu$

Δ. το γινόμενο δύο οποιονδήποτε όρων της είναι ίσο με $\alpha_1 \cdot \alpha_\nu$

Ε. το πηλίκο δύο οποιονδήποτε όρων της είναι ίσο με $\frac{\alpha_\nu}{\alpha_1}$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α. Σχηματίζουμε το τρίγωνο $Α_2Β_2Γ_2$ όπου $Α_2$, $Β_2$, $Γ_2$ τα μέσα των πλευρών του $Α_1Β_1Γ_1$. Σχηματίζουμε το τρίγωνο $Α_3Β_3Γ_3$ όπου $Α_3$, $Β_3$, $Γ_3$ τα μέσα των πλευρών του $Α_2Β_2Γ_2$.



Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ’ άπειρον. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

	Πλευρά	**Εμβαδόν**	**Περίμετρος**
$Α_1Β_1Γ_1$	$α_1 = α$	$Ε_1 =$	$Π_1 =$
$Α_2Β_2Γ_2$	$α_2 =$	$Ε_2 =$	$Π_2 =$
$Α_3Β_3Γ_3$	$α_3 =$	$Ε_3 =$	$Π_3 =$
…	…	…	…
$Α_{10}Β_{10}Γ_{10}$	$α_{10} =$	$Ε_{10} =$	$Π_{10} =$
…	…	…	…
Αθροίσματα S απείρων όρων	$S_{πλ} =$	$S_Ε =$	$S_Π =$

3ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή

Διδακτική ενότητα: ***Πρόοδοι (επαναληπτικό)***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Σε μια γεωμετρική πρόοδο με $\lambda \neq 1$ το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων της είναι

Α. $\alpha_1 \cdot \dfrac{\lambda^{\nu-1}-1}{\lambda-1}$ **Β.** $\alpha_1 \cdot \dfrac{\lambda^{\nu}-1}{\lambda-1}$ **Γ.** $\alpha_\nu \cdot \dfrac{\alpha_1-1}{\lambda-1}$

Δ. $\alpha_1 \cdot \dfrac{\alpha_\nu-1}{\lambda-1}$ **Ε.** $\dfrac{\alpha_1 \cdot \alpha_\nu}{\lambda-1}$

β) Να αποδείξετε τον τύπο που επιλέξατε

Β. Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 8$ και $\lambda = \dfrac{1}{4}$

α) να βρεθεί το άθροισμα S_4 των τεσσάρων πρώτων όρων και

β) το άθροισμα των άπειρων όρων της.

ΘΕΜΑ 2ο

Σ' έναν ουρανοξύστη 17 ορόφων τα γραφεία του ιδίου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο. Κάθε γραφείο του πρώτου ορόφου ενοικιάζεται 55.000 δρχ. το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 3.500 δρχ. το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγουμένου ορόφου.

α) Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο ενός γραφείου του πέμπτου ορόφου;

β) Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του 10ου ορόφου από ένα του 7ου ορόφου;

γ) Σε ποιους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τις 100.000 δρχ. το μήνα;

δ) Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγουμένου ορόφου και ο 17ος όροφος έχει 12 γραφεία, πόσα γραφεία έχει ο πρώτος όροφος;

4ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή

Διδακτική ενότητα: ***Πρόοδοι (επαναληπτικό)***

ΘΕΜΑ 1ο

Ένα κερί καίγεται με σταθερό ρυθμό. Στο τέλος της 1ης ώρας είχε ύψος 36 cm, στο τέλος της 2ης 33 cm, στο τέλος της 3ης 30 cm κ.λπ.

I. i) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με διαφορά $\omega = 3$ **Σ** **Λ**

ii) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = 36$ **Σ** **Λ**

iii) Το ύψος του κεριού στο τέλος κάθε ώρας θα είναι πολλαπλάσιο του 3 **Σ** **Λ**

iv) Στο τέλος της 5ης ώρας το ύψος του κεριού θα είναι μικρότερο από 20 μέτρα **Σ** **Λ**

v) Μετά από 15 ώρες το κερί δεν θα έχει λειώσει τελείως **Σ** **Λ**

II. i) Ποια από τις παρακάτω τριάδες είναι ύψη του κεριού στο τέλος τριών διαδοχικών ωρών:

Α. 21 , 23 , 25 **Β.** 18 , 20, 22 **Γ.** 24 , 25 , 26
Δ. 15 , 21, 27 **Ε.** 15 , 18 , 21

ii) Στο τέλος της 6ης ώρας το ύψος του κεριού θα είναι

Α. 25 cm **Β.** 20 cm **Γ.** 18 cm **Δ.** 21 cm **Ε.** 24 cm

iii) Το ύψος του κεριού θα γίνει μικρότερο από 18 cm στο τέλος της

Α. 4ης ώρας **Β.** 6ης ώρας **Γ.** 8ης ώρας **Δ.** 10ης ώρας **Ε.** 12ης ώρας

iv) Το κερί **δεν** θα έχει λειώσει τελείως μετά από

Α. 25 ώρες **Β.** 20 ώρες **Γ.** 18 ώρες **Δ.** 15 ώρες **Ε.** 12 ώρες

v) Το ύψος που θα έπρεπε να έχει το κερί για να λειώσει τελείως μετά από 24 ώρες είναι

Α. 59 cm **Β.** 66 cm **Γ.** 68 cm **Δ.** 70 cm **Ε.** 72 cm

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η ακολουθία με $S_ν = 2\ (3^ν - 1)$

α) Να βρεθεί το $S_{ν-1}$

β) Να βρεθεί ο $α_ν$

γ) Να βρεθεί ο $α_{ν+1}$

δ) Να δειχθεί ότι αυτή είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρεθεί ο λ και ο $α_1$.

ε) Πόσους όρους της πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 484;