

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

1. \* Να λύσετε τις εξισώσεις:

i)  $\log(1+x) = \log(1-x)$

ii)  $\log(1+x) = 1 + \log(1-x)$

iii)  $2\log(2x-1) - \log(3x-2x^2) = \log(4x-3) - \log x$

iv)  $\ln \frac{x}{2} = \frac{\ln x}{2}$

2. \*\* Να λύσετε τις εξισώσεις:

i)  $x(\log_{10} - \log_5) = \log(4^x - 12)$

ii)  $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3)$

iii)  $\frac{\log_2(9-2^x)}{3-x} = 1$

3. \*\* Να λύσετε τις εξισώσεις:

i)  $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

ii)  $\log_2(\log_2 x) = \log_4(\log_4 x)$

iii)  $\log_4[\log_3(\log_2 x)] = 0$

4. \*\* α) Να υπολογίσετε τον αριθμό  $100^{\log \sqrt{3}}$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $3^{2\log x} - 2 \cdot 3^{\log x} - 100^{\log \sqrt{3}} = 0$ .

5. \*\*\* Αν σε μία αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  ο πρώτος όρος είναι  $\alpha_1 = \log_3 3$  και ο δεύτερος όρος της είναι  $\alpha_2 = \log_3 81$ .

α) Να βρείτε την διαφορά  $\omega$  της αριθμητικής προόδου.

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $3^{\log_\omega x^3} - 9 \cdot 3^{\log_\omega x^2} - 9 \cdot 3^{\log_\omega x} + 81 = 0$ .

6. \*\* i) Να αποδείξετε ότι:  $3^{\log x} = x^{\log 3}$
- ii) Να λύσετε την εξίσωση:  $3^{\log x} = 54 - x^{\log 3}$
7. \*\* i) Να αποδείξετε ότι:  $x^{\log_5 2} = 2^{\log_5 x}$  αν  $0 < x \neq 1$
- ii) Να λύσετε την εξίσωση  $3x^{\log_5 2} + 2^{\log_5 x} = 64$
- iii) Να αποδείξετε ότι ισχύει γενικά  $a^{\log_\beta \gamma} = \gamma^{\log_\beta a}$  με  $(0 < a, \beta, \gamma \neq 1)$
8. \*\* i) Να αποδείξετε ότι  $x^{\log y} = y^{\log x}$  με  $x, y > 0$
- ii) Να λύσετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{x \cdot y} = 1 \end{cases}$$
- iii) Αν οι λύσεις του (ii) είναι ρίζες της εξίσωσης:  
 $\log[\log(x^2 + x \log \theta - 110)] = 0$  να βρείτε το  $\theta \in \mathbb{R}_+^*$
9. \*\* Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \log_2 \frac{x-2}{x(x-1)} - \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \left[ \log_{\frac{1}{2}} (x-1) \right]$ .
- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f
- ii) Να δείξετε ότι  $f(x) = \log_2 \frac{(x-2)(x-1)}{x}$
- iii) Να λύσετε ως προς  $\lambda \in \mathbb{R}$  την εξίσωση:  $2\lambda f(4) = \log_2 3^{\lambda+2} + (2-\lambda) \log_2 2$
10. \*\* Να λύσετε την εξίσωση:  $(x+1)^{\log(x+1)} = 100(x+1)$ .

11. \*\* Να βρείτε δύο θετικούς αριθμούς που οι φυσικοί τους λογάριθμοι έχουν άθροισμα 2 και γινόμενο -8.

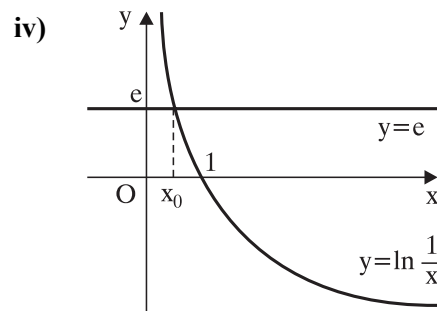
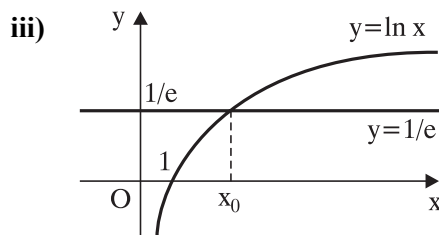
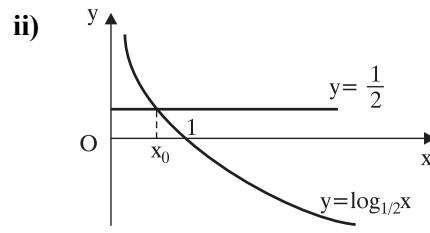
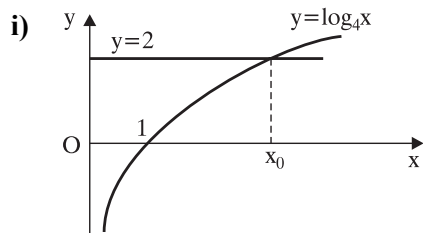
12. \*\* Να βρείτε τον θετικό αριθμό  $x$  ώστε να ισχύει:

$$\log x + \log x^3 + \log x^5 + \dots + \log x^{2v-1} = 2v^2$$

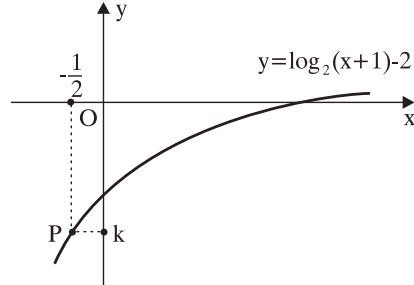
13. \*\* Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο  $(a_n)$  ισχύει  $a_\rho = k \cdot a_1$ , όπου ο  $a_\rho$  ο όρος τάξεως  $\rho$ ,  $a$  ο πρώτος της όρος, και  $\lambda$  ο λόγος της να αποδείξετε ότι:

$$(\rho-1)\log\lambda = \log k$$

14. \*\* Να βρείτε το  $x_0$  σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:



15. \*\* Να βρείτε: **α)** τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες η γραφική παράσταση της  $f(x) = \log_2(x+1) - 2$  (Σχ.16).



- β)** Το  $k$  ώστε το σημείο  $P\left(-\frac{1}{2}, k\right)$  να ανήκει στη γραφική της παράσταση.

Σχ. 16

16. \*\* Να λύσετε την εξίσωση  $\ln(\sin x) = 0$ .

17. \*\* Ο θόρυβος  $y$  ενός ήχου σε dB (ντεσιμπέλ) δίνεται από τον τύπο  $y = 20 \log \frac{x}{20}$  όπου  $x$  η πίεση που ασκεί το ακουστικό κύμα στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα μετρούμενη σε  $\mu P$  (μικρο Pascals,  $1 \mu P = 10^{-6} P$ ).

**α)** Πόση πίεση ασκεί ένα αθόρυβο κύμα στα μόρια του αέρα;

**β)** Ένας κεραυνός άσκησε πίεση  $x = 2 \cdot 10^{6.5} \mu P$  στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα. Πόσο dB ήταν ο θόρυβος που προξένησε;

**Δίνεται ότι:** Μια ηχητική πηγή θεωρείται αθόρυβη όταν ο θόρυβός της είναι το 20dB (όσος δηλαδή ο θόρυβος του θροΐσματος των φύλλων ενός δέντρου σε ελαφρύ φύσημα του αέρα - μικρότερος θόρυβος δεν ανιχνεύεται-).

18. \*\* Ο θόρυβος  $L$  σε dB (ντεσιμπέλ) που προκαλεί μια ηχητική πηγή δίνεται από τον τύπο  $L = 120 + 10 \log (10^{-12} I)$  όπου  $I$  το μέτρο της έντασης του ήχου σε  $Watt/m^2$ .

**α)** Πόση πρέπει να είναι (το πολύ) η ένταση μια «αθόρυβης» ηλεκτρικής συσκευής;

**β)** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Είδος θορύβου	Θόρυβος σε dB	Ένταση ήχου σε Watt/m <sup>2</sup>
Μηχανές αεροπλάνου Jet (σε απόσταση 30m)	140	
Μουσική Rock (1,5m μακριά από το ηχείο)		10 <sup>12</sup>
Μοτοσικλέτα (με κανονική εξάτμιση)	80	
Συνομιλία (σε ήρεμο κλίμα)		10 <sup>6</sup>

γ) Σ' ένα πεζοδρόμιο δουλεύουν ταυτόχρονα σε πολύ μικρή απόσταση 2 κομπρεσέρ που το καθένα ξεχωριστά προκαλεί θόρυβο 130 dB. Πόσος είναι ο συνολικός θόρυβος που προκαλεί και τα δύο μαζί;

**Δίνονται:** i) Μια ηχητική πηγή θεωρείται αθόρυβη όταν ο θόρυβος της είναι 20dB (όσος δηλαδή είναι ο θόρυβος του θροίσματος των φύλλων του δένδρου σε ελαφρό φύσημα του αέρα - μικρότερος θόρυβος δεν ανιχνεύεται-).

ii)  $\log 2 \cong 0,30$ .