

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ**  
**ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**



## ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

### Απαντήσεις στις ερωτήσεις «Σωστό - Λάθος»

1. Σ	11. i) Σ	12. i) Λ	14. i) Σ
2. Λ	ii) Σ	ii) Λ	ii) Σ
3. Σ	iii) Λ	iii) Σ	iii) Σ
4. Λ	iv) Λ	iv) Σ	v) Σ
5. Σ	v) Σ	v) Σ	vi) Σ
6. Σ	vi) Σ	13. i) Σ	vii) Σ
7. Λ	vii) Σ	ii) Λ	
8. Λ	viii) Σ	iii) Σ	
9. Σ	ix) Λ	iv) Λ	
10. Λ	x) Σ		

### Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. B	10. Λ	19. B	28. B	37. E
2. A	11. A	20. Γ	29. E	38. A
3. Γ	12. Λ	21. B	30. Λ	39. E
4. E	13. A	22. Λ	31. Γ	40. A
5. Δ	14. A	23. E	32. Δ	41. B
6. B	15. E	24. Γ	33. Γ	42. Γ
7. Γ	16. Γ	25. B	34. Δ	43. Δ
8. Δ	17. Δ	26. Δ	35. B	
9. B	18. Γ	27. A	36. E	

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1.

$C_1$	$C_2$	$C_3$
$f_4$	$f_2$	$f_1$

2.

1	2	3	4
A	$\Delta$	E	$\Gamma$

3.

1	2	3
$\Gamma$	B	$\Delta$

4.

1	2	3
A	E	B

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις διάταξης**

- $A < \Gamma < \Delta < B < E$
- $B < A < \Delta < E < \Gamma$
- $\Gamma < B < \Delta < E < A$
- $\forall 0 < x < 1: B < \Gamma < \Delta < A$
  - $\forall x > 1: A < \Delta < \Gamma < B$

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης**

- 25
  - 2
  - $\frac{1}{8}$
  - 8
  - $\rho$
  - $\frac{1}{2}$
  - 1
  - 36
  - $e^2$
  - $\frac{1}{e}$
- 0
  - 1
  - $\frac{1}{2}$
  - $\alpha$
  - 1
  - k
  - $\sqrt[3]{\alpha}$
  - $\alpha^2$
  - $\alpha$
  - 1

Απαντήσεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. i) Πρέπει  $1 + x > 0$  και  $1 - x > 0$ , οπότε  $x = 0$

ii) Πρέπει  $1 + x > 0$  και  $1 - x < 0$ , οπότε  $x = \frac{9}{11}$

iii) Πρέπει  $2x - 1 > 0$  και  $3x - 2x^2 > 0$  και  $4x - 3 > 0$  και  $x > 0$ , οπότε

$$x = 1 \quad \text{ή} \quad x = \frac{5}{6}$$

iv) Πρέπει  $x > 0$ , οπότε  $x = 4$

2. i)  $x(\log 10 - \log 5) = \log(4^x - 12) \Leftrightarrow x \log \frac{10}{5} = \log(4^x - 12) \Leftrightarrow$

$$\log 2^x = \log(4^x - 12) \Leftrightarrow 2^x = 4^x - 12 \quad \text{θέτω } 2^x = y > 0 \Leftrightarrow y^2 - y - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -3 \text{ απορ. ή } y = 4 \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ δεκτή, γιατί } 4^2 - 12 > 0$$

ii)  $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow$

$$\log_2(4^x + 4) = x \log_2 2 + \log_2(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow$$

$$\log_2(4^x + 4) = \log_2 2^x + \log_2(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow$$

$$\log_2(4^x + 4) = \log_2[2^x(2^{x+1} - 3)] \Leftrightarrow 4^x + 4 = 2^{2x} \cdot 2 - 3 \cdot 2^x$$

$$\text{θέτω } 2^x = y > 0 \Leftrightarrow y^2 + 4 = 2y^2 - 3y \Leftrightarrow y^2 - 3y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1$$

απορ.

$$y = 4 \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ δεκτή, γιατί } 4^2 + 4 > 0 \text{ και } 2^3 - 3 > 0$$

iii)  $\frac{\log_2(9 - 2^x)}{3 - x} = 1 \quad \Leftrightarrow \log_2(9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow$

$$\log_2(9 - 2^x) = (3 - x) \log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(9 - 2^x) = \log_2 2^{3-x} \Leftrightarrow$$

$$9 - 2^x = \frac{2^3}{2^x} \quad \text{θέτω } 2^x = y > 0 \Leftrightarrow 9 - y = \frac{8}{y} \Leftrightarrow 9y - y^2 = 8 \Leftrightarrow$$

$$y^2 - 9y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 1 \text{ ή } y = 8 \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$$

η  $x = 0$  δεκτή, γιατί  $9 - 2^0 > 0$  και  $3 - 0 \neq 0$

η  $x = 3$  απορρίπτεται, γιατί  $9 - 2^3 > 0$  και  $3 - 3 = 0$

3. i) Πρέπει  $x > 0$

$$\log_{16}x + \log_4x + \log_2x = 7 \Leftrightarrow \frac{\log_2x}{\log_216} + \frac{\log_2x}{\log_24} + \log_2x = 7$$

$$\text{θέτω } \log_2x = y \Leftrightarrow \frac{y}{4} + \frac{y}{2} + y = 7 \Leftrightarrow y + 2y + 4y = 28 \Leftrightarrow y = 4 \Leftrightarrow$$

$$\log_2x = 4 \Leftrightarrow x = 2^4 \Leftrightarrow x = 16$$

ii) Όμοια μετατρέπουμε τους λογάριθμους με βάση το 4 σε λογάριθμους με βάση το 2, οπότε  $x = \sqrt{2}$

iii) Πρέπει  $x > 0$  και  $\log_2x > 0 \Leftrightarrow x > 1$  και

$$\log_3(\log_2x) > 0 \Leftrightarrow \log_2x > 1 \Leftrightarrow x > 2$$

$$\log_4(\log_3(\log_2x)) = 0 \Leftrightarrow \log_3(\log_2x) = 1 \Leftrightarrow \log_2x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 \Leftrightarrow$$
$$x = 8 \text{ δεκτή}$$

4. α)  $100^{\log\sqrt{3}} = 10^{2\log\sqrt{3}} = 10^{\log 3} = 3$

β) Θέτουμε όπου  $100^{\log\sqrt{3}} = 3$  και  $3^{\log x} = y$ , οπότε  $x = 10$

5. α)  $\omega = \alpha_2 - \alpha_1 = \log_3 81 - \log_3 3 \Leftrightarrow \omega = \log_3 \frac{81}{3} = \log_3 27 = \log_3 3^3 \Leftrightarrow \omega = 3$

β) Πρέπει  $x > 0$ . Θέτουμε  $\omega = 3$  και  $3^{\log_3 x^3} = x^3$ ,  $3^{\log_3 x^2} = x^2$  και  $3^{\log_3 x} = x$ , οπότε  $x = 3$  ή  $x = 9$

6. i) Λογαριθμούμε και τα δύο μέλη

ii)  $x = 10^3$

7. i) Λογαριθμούμε και τα δύο μέλη

ii)  $x = 5^4$

iii)  $\alpha^{\log_\beta \gamma} = \gamma^{\log_\beta \alpha} \Leftrightarrow \log \alpha^{\log_\beta \gamma} = \log \gamma^{\log_\beta \alpha} \Leftrightarrow \log_\beta \gamma \cdot \log \alpha = \log_\beta \alpha \cdot \log \gamma \Leftrightarrow$   
 $\frac{\log \gamma}{\log \beta} \cdot \log \alpha = \frac{\log \alpha}{\log \beta} \cdot \log \gamma$  ισχύει

8. i)  $x^{\log y} = y^{\log x} \Leftrightarrow \log x^{\log y} = \log y^{\log x} \Leftrightarrow \log y \cdot \log x = \log x \cdot \log y$  ισχύει

ii)  $\left. \begin{matrix} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{xy} = 1 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} 2x^{\log y} = 20 \\ \frac{1}{2} \log(xy) = 1 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} x^{\log y} = 10 \\ \log x + \log y = 2 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow$

$\left. \begin{matrix} \log x^{\log y} = \log 10 \\ \log x + \log y = 2 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} \log y \cdot \log x = 1 \\ \log x + \log y = 2 \end{matrix} \right\} \text{θέτουμε } \left. \begin{matrix} \log x = \kappa \\ \log y = \lambda \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \kappa \lambda = 1 \\ \kappa + \lambda = 2 \end{matrix} \right\}$

οπότε οι  $\kappa, \lambda$  είναι λύσεις της εξίσωσης  $\omega^2 - 2\omega + 1 = 0 \Leftrightarrow (\omega - 1)^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow \omega = 1 \Leftrightarrow \kappa = \lambda = 1 \Leftrightarrow \log x = \log y = 1 \Leftrightarrow x = y = 10$

iii)  $\log [\log (x^2 + x \log \theta - 110)] = 0 \Leftrightarrow \log (x^2 + x \log \theta - 110) = 1 \stackrel{x=10}{\Leftrightarrow}$   
 $\log (-10 + 10 \log \theta) = 1 \Leftrightarrow -10 + 10 \log \theta = 10 \Leftrightarrow 10 \log \theta = 20 \Leftrightarrow$   
 $\log \theta = 2 \Leftrightarrow \theta = 10^2$

9. i) Πρέπει  $\frac{x-2}{x(x-1)} > 0$  και  $x-1 > 0$ , άρα  $x > 2$ , οπότε  $A_f = (2, +\infty)$

ii)  $f(x) = \log \frac{x-2}{x(x-1)} - 2 \left( \frac{\log_2 (x-1)}{\log_2 \frac{1}{2}} \right) = \log \frac{x-2}{x(x-1)} + \log_2 (x-1)^2 =$

$\log_2 \frac{(x-2)\sqrt{(x-1)^2}}{x(x-1)} = \log_2 \frac{(x-2)(x-1)}{x}$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 2\lambda f(4) &= \log_2 3^{\lambda+2} + (2-\lambda) \log_2 2 \quad \text{με } f(4) = \log_2 3, \text{ άρα} \\ 2\lambda \cdot \log_2 3 &= (\lambda+2) \log_2 3 + (2-\lambda) \Leftrightarrow \\ 2\lambda \cdot \log_2 3 &= \lambda \cdot \log_2 3 + 2 \log_2 3 + 2 - \lambda \Leftrightarrow \\ \lambda \log_2 3 + \lambda &= 2 + 2 \log_2 3 \Leftrightarrow \lambda(1 + \log_2 3) = 2(1 + \log_2 3) \Leftrightarrow \lambda = 2 \end{aligned}$$

10. Πρέπει  $x + 1 > 0$  και λογαριθμούμε και τα δύο μέλη, οπότε:  $x = -0,9$  ή  $x = 99$

11. Αν  $x, y$  οι αριθμοί πρέπει να ισχύουν: 
$$\left. \begin{aligned} \ln x + \ln y &= 2 \\ \ln x \cdot \ln y &= -8 \end{aligned} \right\} \text{ οπότε:}$$

$$(x, y) = \left( \frac{1}{e^2}, e^4 \right) \quad \text{ή} \quad (x, y) = \left( e^4, \frac{1}{e^2} \right)$$

12. Ισχύει  $\log(x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot \dots \cdot x^{2v-1}) = 2v^2 \Leftrightarrow x^{1+3+2+\dots+(2v-1)} = 2v^2 \Leftrightarrow x^{v^2} = 2v^2 \Leftrightarrow v^2 \cdot \log x = 2v^2 \Leftrightarrow \log x = 2 \Leftrightarrow x = 100$

13. Ισχύει  $\alpha_\rho = \alpha_1 \lambda^{\rho-1}$  και  $\alpha_\rho = k \alpha_1 \Leftrightarrow \alpha_1 \lambda^{\rho-1} = k \alpha_1 \Leftrightarrow \log \lambda^{\rho-1} = \log k \Leftrightarrow (\rho-1) \log \lambda = \log k$

14. i) Ισχύει  $\log_4 x_0 = 2$ , οπότε  $x_0 = 16$

ii) Ισχύει  $\log_{\frac{1}{2}} x_0 = \frac{1}{2}$ , οπότε  $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

iii) Ισχύει  $\ln x_0 = \frac{1}{e}$ , οπότε  $x_0 = e^{\frac{1}{e}}$

iv) Ισχύει  $\ln \frac{1}{x_0} = e$ , οπότε  $x_0 = e^{-e}$



15. α) Αν  $x = 0$ :  $f(0) = -2$ , άρα τέμνει τον  $y'y$  στο σημείο  $(0, -2)$

Αν  $y = 0 \Leftrightarrow \log_2(x + 1) = 2 \Leftrightarrow x + 1 = 2^2 \Leftrightarrow x = 3$ , άρα τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $(3, 0)$

β) Πρέπει  $f(-\frac{1}{2}) = k \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow k = -3$

16. Πρέπει  $\sin x = 1$ , άρα  $x = 2k\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$

17. α) Αν λύσουμε ως προς  $x$  και θέσουμε  $y = 0$  έχουμε:  $x = 200\mu\text{P}$

β)  $y = 110\text{dB}$

18. α) Για  $L = 20$  έχουμε  $I = 100 \text{ Watt/m}^2$

β) ένταση ήχου Jet  $I = 10^{14} \text{ Watt/m}^2$

θόρυβος Rock  $120\text{dB}$

ένταση ήχου μοτοσυκλέτας  $I = 10^8 \text{ Watt/m}^2$

θόρυβος συνομιλίας  $60\text{dB}$

γ) Για  $L = 260\text{dB}$  βρίσκουμε  $I = 10^{26} \text{ Watt/m}^2$

