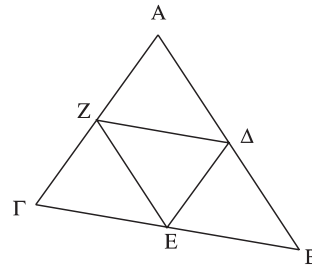


**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

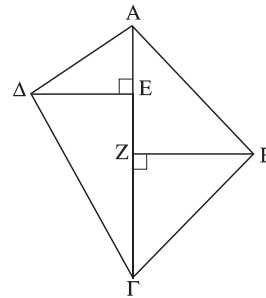
1. \*\* Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  και έστω  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$  τα μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $B\Gamma$  και  $GA$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α)  $(\Delta EZ) = (Z\Gamma E)$

β)  $(\Delta EZ) = \frac{1}{4} (AB\Gamma)$ .



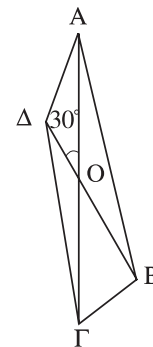
2. \*\* Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  ισούται με το γινόμενο της μιας διαγωνίου του  $A\Gamma$  επί το ημίαθροισμα των αποστάσεων  $\Delta E$ ,  $ZB$  των δύο άλλων κορυφών από τη διαγώνιο αυτή.



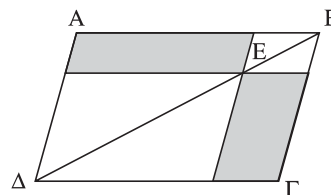
3. \*\* Όταν οι διαγώνιες ενός κυρτού τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  σχηματίζουν γωνία  $O = 30^\circ$ , να δείξετε ότι ισχύει:

α)  $(AO\Delta) = \frac{1}{4} O\Delta.OA$

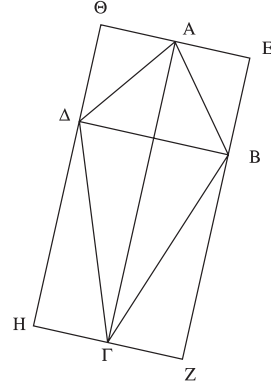
β)  $(AB\Gamma\Delta) = \frac{1}{4} A\Gamma.\Delta B$ .



4. \*\* Από ένα σημείο  $E$  της διαγωνίου  $B\Delta$  παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές του. Να δείξετε ότι τα παραλληλόγραμμα που βρίσκονται εκατέρωθεν της  $B\Delta$  είναι ισοδύναμα.

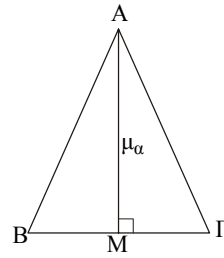


5. \*\* Από τις κορυφές ενός τετραπλεύρου  $ΑΒΓΔ$  φέρνουμε παράλληλες προς τις διαγωνίους του. Να δείξετε ότι το περιγεγραμμένο στο τετράπλευρο παραλληλόγραμμο  $ΗΖΕΘ$  έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του τετραπλεύρου.

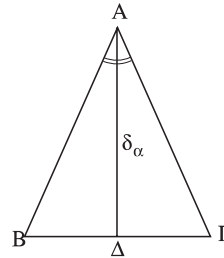


6. \*\* Να δείξετε ότι σε ρόμβο, του οποίου το εμβαδόν είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας διαγωνίου επί την πλευρά του, μια γωνία του είναι  $60^\circ$ .

7. \*\* Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ , του οποίου το εμβαδόν ισούται με  $\frac{1}{2} α.μ_α$ , όπου  $μ_α$  η διάμεσος από την κορυφή  $A$ , είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

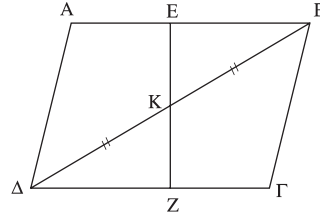


8. \*\* Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ , το εμβαδόν του οποίου ισούται με  $\frac{1}{2} α.δ_α$ , όπου  $δ_α$  η διχοτόμος της γωνίας  $A$ , είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

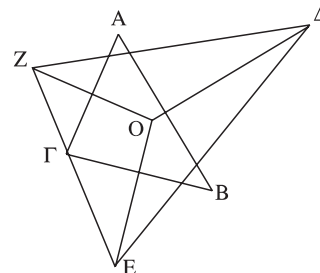


9. \*\* Να δείξετε ότι αν ένα τετράγωνο πλευράς  $α$  και ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $β$  έχουν την ίδια περίμετρο, τότε το εμβαδόν του τετραγώνου ισούται με  $\frac{9β^2}{16}$ .

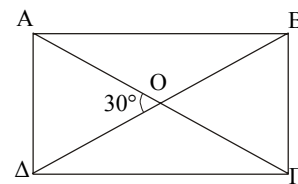
10. \*\* Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και από το μέσο  $K$  της διαγωνίου  $B\Delta$  φέρνουμε τυχαία ευθεία  $EZ$  που τέμνει τις  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  στα  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα.  
Να δείξετε ότι  $(AEZ\Delta) = (B\Gamma ZE)$ .



11. \*\* Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Από ένα σημείο  $O$  εσωτερικό του  $AB\Gamma$  φέρνουμε κάθετες στις πλευρές  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma A$  και πάνω σ' αυτές παίρνουμε τμήματα  $O\Delta = AB$ ,  $OE = B\Gamma$ ,  $OZ = \Gamma A$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ισχύει:  
α)  $(\Delta OE) = (AB\Gamma)$  και  
β)  $(\Delta EZ) = 3(AB\Gamma)$ .

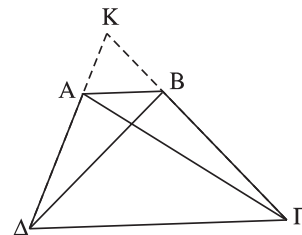


12. \*\* Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  το εμβαδόν του είναι ίσο με  $\frac{A\Gamma^2}{4}$ , όπου  $A\Gamma$  η μία διαγωνίός του. Δείξτε ότι η οξεία γωνία  $AO\Delta$  των διαγωνίων του είναι  $30^\circ$ .

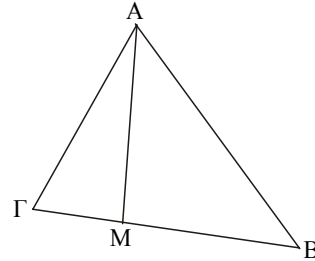


13. \*\* Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι  $256 \text{ cm}^2$ . Αν ελαττώσουμε την πλευρά του κατά  $10 \text{ cm}$ , κατά πόσα  $\text{cm}^2$  ελαττώνεται το εμβαδόν του;

14. \*\* Τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$  οι μη παράλληλες πλευρές  $A\Delta$  και  $B\Gamma$  τέμνονται στο  $K$ . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $KA\Gamma$  και  $KB\Delta$  είναι ισοδύναμα.

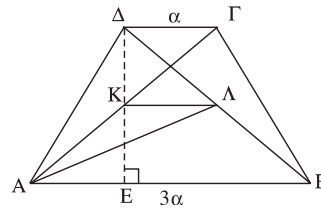


15. \*\* Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  και σημείο  $M$  της πλευράς  $B\Gamma$ , τέτοιο ώστε  $BM = \frac{2}{3} B\Gamma$ . Να δείξετε ότι το εμβαδόν του  $ABM$  είναι ίσο με τα  $\frac{2}{3}$  του εμβαδού του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



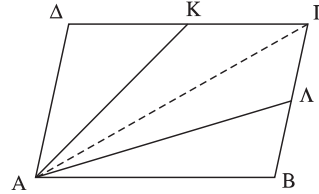
16. \*\* Έστω  $AB\Gamma$  ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $a$  και  $K\Lambda M$  τρίγωνο με γωνία  $\hat{K} = 120^\circ$ . Τότε να δείξετε ότι  $\frac{(K\Lambda M)}{(AB\Gamma)} = \frac{K\Lambda \cdot \Lambda M}{a^2}$ .

17. \*\* Ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  έχει βάσεις  $a$  και  $3a$  και ύψος  $\Delta E = 2a$  και  $K, \Lambda$  είναι τα μέσα των διαγωνίων του.  
 α) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AK\Lambda$ .  
 β) Να δείξετε ότι:  
 $(AK\Lambda) = (BK\Lambda) = (\Gamma K\Lambda) = (\Delta K\Lambda)$ .

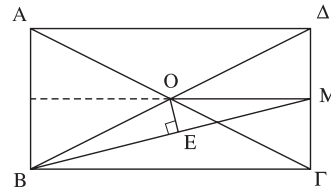


18. \*\* Αν η πλευρά ενός τετραγώνου αυξηθεί κατά  $4\text{ m}$ , το εμβαδόν του αυξάνεται κατά  $136\text{ m}^2$ . Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου αυτού.
19. \*\* Η περίμετρος ενός ρόμβου  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $48\text{ cm}$  και η απόσταση των δύο απέναντι πλευρών του είναι  $5\text{ cm}$ . Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ρόμβου.
20. \*\* Ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει γωνία  $\Gamma = 60^\circ$ ,  $\beta = 12\text{ cm}$ ,  $\alpha = 3\text{ cm}$  και είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογιστεί η πλευρά του ισοπλεύρου αυτού τριγώνου.

21. \*\* Σ' ένα παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  συνδέουμε την κορυφή  $A$  με τα μέσα  $K, \Lambda$  των πλευρών  $\Gamma\Delta$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι  $(AK\Gamma\Lambda) = \frac{1}{2} (AB\Gamma\Delta)$ .

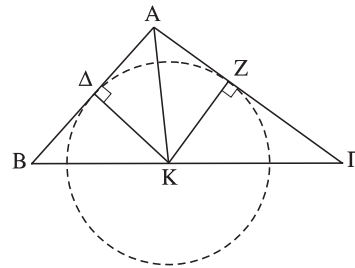


22. \*\* Δίνεται ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με διαστάσεις  $B\Gamma = a$  και  $AB = \beta$ . Φέρνουμε την  $OM$ , όπου  $O$  το σημείο τομής των διαγωνίων του και  $M$  το μέσο της πλευράς  $\Delta\Gamma$ .

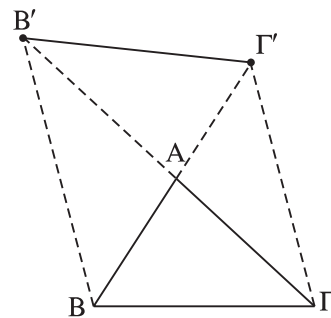


- α) Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου  $OMB$  συναρτήσει των  $a, \beta$ .  
 β) Δείξτε ότι τα τρίγωνα  $OMB$  και  $OM\Gamma$  είναι ισοδύναμα.  
 γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του  $OMB$  συναρτήσει των  $a, \beta$ .

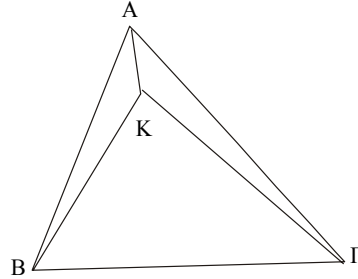
23. \*\* Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $a, \beta, \gamma$  και κύκλος  $(K, R)$  που έχει το κέντρο του στην πλευρά  $B\Gamma$  και εφάπτεται στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$ . Να δείξετε ότι:  $R(\beta + \gamma) = 2E$ .



24. \*\* Από την κορυφή  $B$  τριγώνου  $AB\Gamma$  φέρνουμε μια οποιαδήποτε ευθεία που να συναντά την προέκταση της  $\Gamma A$ , προς το μέρος του  $A$  σε ένα σημείο  $B'$ , καθώς και την  $\Gamma\Gamma' // BB'$ , που συναντά την προέκταση της  $BA$  στο  $\Gamma'$ . Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $AB'\Gamma'$  είναι ισεμβαδικά.

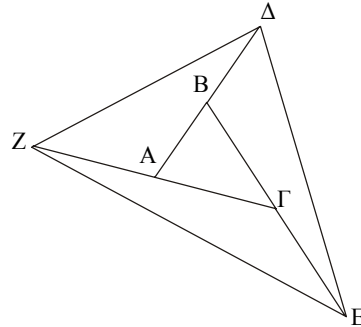


25. \*\* Στο εσωτερικό ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε ένα σημείο  $K$  έτσι ώστε να είναι γωνία  $AKB = \text{γωνία } \Gamma KA = 120^\circ$  και  $KA = 2 \text{ cm}$ ,  $KB = 6 \text{ cm}$ ,  $K\Gamma = 10 \text{ cm}$ . Να υπολογιστούν τα εμβαδά των τριγώνων:  
 α)  $KB\Gamma$  και β)  $AB\Gamma$ .

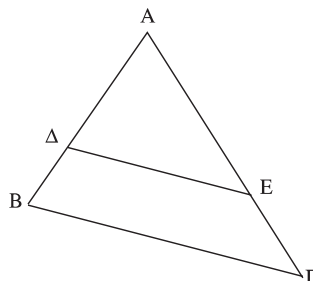


26. \*\* Αν το άθροισμα των διαγωνίων ενός ρόμβου είναι  $14 \text{ cm}$  και η περιμέτρος του είναι  $20 \text{ cm}$ , να βρεθούν:  
 α) το εμβαδόν του και  
 β) το ύψος του ρόμβου από την κορυφή  $A$ .
27. \*\* Ένα παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  έχει μια γωνία του 5-πλάσια μιας άλλης και την περιμέτρο του  $12\text{-πλάσια}$  μιας πλευράς. Αν το εμβαδόν του είναι  $40 \text{ cm}^2$ , να υπολογισθούν:  
 α) οι πλευρές του και  
 β) τα ύψη του.

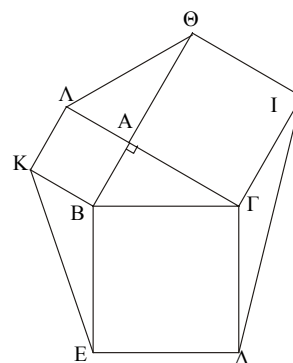
28. \*\* Προεκτείνουμε τις πλευρές  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma A$  τριγώνου  $AB\Gamma$  αντιστοίχως κατά τμήματα  $B\Delta = BA$ ,  $\Gamma E = \Gamma B$  και  $AZ = A\Gamma$ . Να δείξετε ότι:  
 α)  $(Z\Gamma E) = 2 (AB\Gamma)$  και  
 β)  $(\Delta EZ) = 7 (AB\Gamma)$ .



29. \*\* Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά  $B\Gamma$  που τέμνει τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  στα σημεία  $\Delta$  και  $E$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:  $(ABE)^2 = (AB\Gamma) \cdot (A\Delta E)$ .

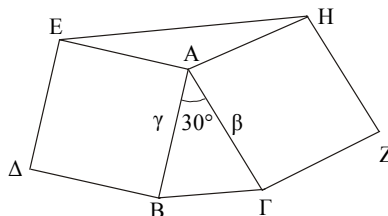


30. \*\* Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Κατασκευάζουμε επί των τριών πλευρών και εκτός του τριγώνου τετράγωνα  $B\Gamma\Delta E$ ,  $\Gamma A\Theta I$ ,  $ABK\Lambda$ . Αν γνωρίζουμε τις πλευρές του ορθογώνιου τριγώνου  $AB = \gamma$ ,  $A\Gamma = \beta$ ,  $B\Gamma = \alpha$ , να υπολογισθούν:



- α) Τα εμβαδά  $(KBE)$ ,  $(\Delta\Gamma I)$ ,  $(\Lambda A\Theta)$  και  
β) Το εμβαδόν του εξαγώνου  $\Delta E K \Lambda \Theta I$ ,

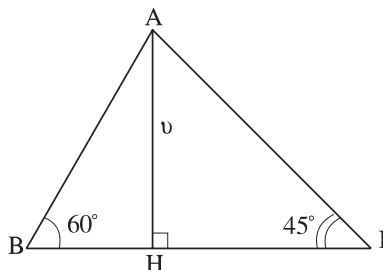
31. \*\* Ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει  $AB = \gamma$ ,  $A\Gamma = \beta$  και γωνία  $A = 30^\circ$ . Επί των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  και έξω από το τρίγωνο κατασκευάζουμε τετράγωνα  $AB\Delta E$ ,  $A\Gamma ZH$  και φέρνουμε την  $EH$ .



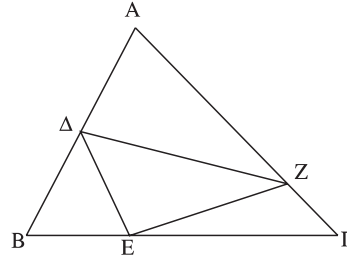
- α) Δείξτε ότι τα τρίγωνα  $AEH$  και  $AB\Gamma$  είναι ισοδύναμα.  
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του  $B\Gamma ZH E \Delta$ .

32. \*\* Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με ύψος  $AH = \upsilon$ , γωνία  $B = 60^\circ$  και γωνία  $\Gamma = 45^\circ$ . Να υπολογίσετε συναρτήσει του  $\upsilon$ :

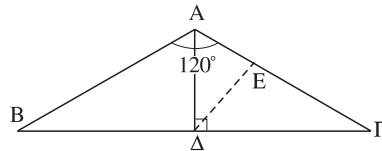
- α) Τις πλευρές του τριγώνου  
β) Το εμβαδόν του  
γ) Τα ύψη προς τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$ .



33. \*\* Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Στις πλευρές του  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma A$  παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$  έτσι ώστε:  $A\Delta = \frac{1}{2} AB$ ,  $BE = \frac{1}{3} B\Gamma$ ,  $\Gamma Z = \frac{1}{4} \Gamma A$ . Αν γνωρίζουμε ότι  $(AB\Gamma) = E$ , να υπολογίσετε:
- Τα εμβαδά των τριγώνων  $\Delta BE$ ,  $EZ\Gamma$ ,  $A\Delta Z$ .
  - Το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta EZ$ .



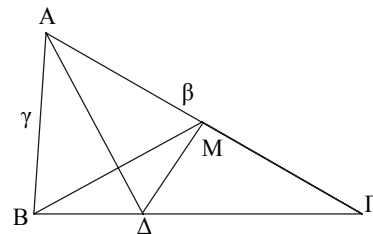
34. \*\* Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) με  $AB = 6$  cm και γωνία  $BA\Gamma = 120^\circ$ .



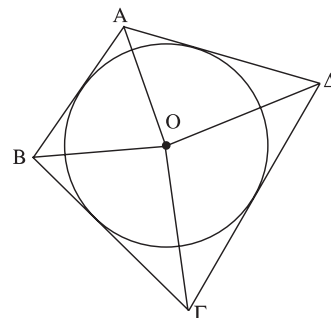
- Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
- Αν  $E$  σημείο της  $A\Gamma$ , τέτοιο ώστε  $AE = \frac{1}{2} EG$  και  $A\Delta$  το ύψος του τριγώνου  $AB\Gamma$ , να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta E\Gamma$ .

35. \*\* Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\beta = 2\gamma$ ,  $A\Delta$  μια διχοτόμος του και  $BM$  μια διάμεσός του. Να δείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{(BMA)}{(AM\Gamma)} = \frac{1}{2} \quad \beta) \frac{(M\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3}.$$

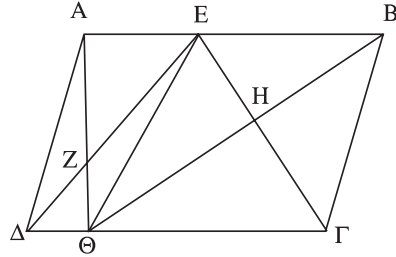


36. \*\* Ένα τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι περιγεγραμμένο περί τον κύκλο  $O$ . Να δείξετε ότι αληθεύει η σχέση:  $(OAB) + (O\Gamma\Delta) = (OAA) + (OB\Gamma)$ .

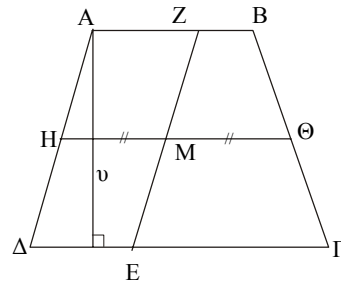




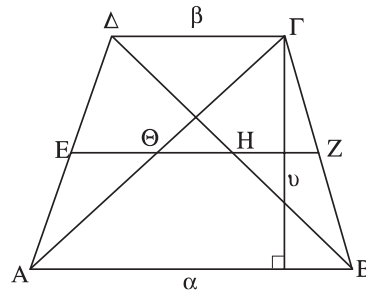
37. \*\* Σε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ παίρνουμε δύο τυχόντα σημεία Ε και Θ επί των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα. Οι ευθείες ΔΕ και ΑΘ τέμνονται στο Ζ και οι ευθείες ΓΕ και ΒΘ τέμνονται στο Η. Να δείξετε ότι:
- α)  $(EZΘ) = (AZΔ)$   
 β)  $(EHΘZ) = (BHΓ) + (AΔZ)$ .



38. \*\* Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ, υ το ύψος από το Α και ΗΘ η διάμεσός του. Φέρνουμε ευθύγραμμο τμήμα που διέρχεται από το μέσο Μ της ΗΘ και τέμνει τις ΑΒ, ΔΓ στα σημεία Ζ, Ε αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:
- α)  $(AZEΔ) = HM \cdot υ$  και  
 β)  $(AZEΔ) = (ZBΓE)$ .



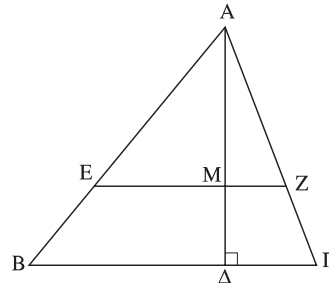
39. \*\* Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι βάσεις είναι  $AB = \alpha$ ,  $CD = \beta$  και υ το ύψος του. Φέρνουμε τη διάμεσο ΕΖ που τέμνει τις διαγώνιες ΑΓ και ΒΔ στα Θ και Η αντίστοιχα. Να δειχθεί ότι:
- α)  $(AHΓ) = \frac{(\alpha - \beta) \cdot υ}{4}$  και  
 β)  $(ABZE) - (EZΓΔ) = (AHΓ)$ .



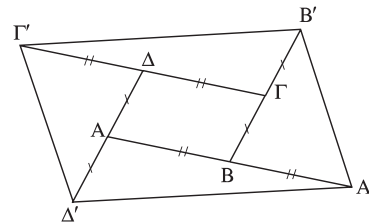
40. \*\* Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $\alpha = 17$  cm,  $\beta = 8$  cm,  $\gamma = 15$  cm.
- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{(ABΔ)}{(AΓΔ)}$ .

41. \*\* Ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει εμβαδόν  $90 \text{ cm}^2$ . Από ένα σημείο  $M$  του ύψους του  $A\Delta$ , που το διαιρεί σε δύο τμήματα  $AM$ ,  $M\Delta$  με λόγο  $\frac{2}{1}$ , φέρνουμε παράλληλο προς τη  $B\Gamma$  που τέμνει τις  $AB$  και  $A\Gamma$  στα σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AEZ$ .

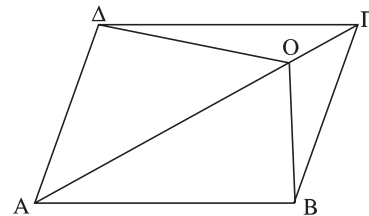


42. \*\* Ενός παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  προεκτείνουμε τις πλευρές του και στις προεκτάσεις παίρνουμε τμήματα  $A\Delta' = A\Delta$ ,  $BA' = BA$ ,  $\Gamma B' = \Gamma B$ ,  $\Delta\Gamma' = \Delta\Gamma$ .

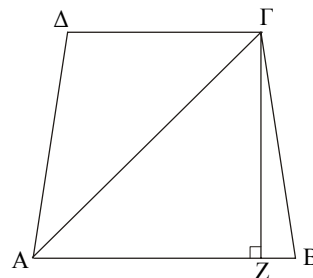


- α) Να δείξετε ότι το  $A'B'\Gamma'\Delta'$  είναι παραλληλόγραμμο  
 β) Να εκφραστεί το εμβαδόν του  $A'B'\Gamma'\Delta'$ , συναρτήσει του εμβαδού  $E$  του  $AB\Gamma\Delta$ .

43. \*\* Δίνεται ένα παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και έστω  $O$  σημείο της διαγωνίου του  $A\Gamma$ . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $OAB$  και  $O\Delta\Delta$  είναι ισοδύναμα.

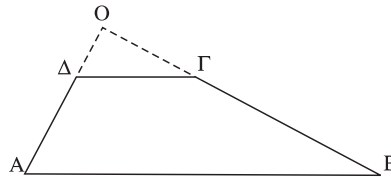


44. \*\* Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με βάσεις  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  και ύψος  $\Gamma Z$ . Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τραpezίου αυτού είναι διπλάσιο του εμβαδού του ορθογωνίου τριγώνου  $A\Gamma Z$ .



45. \*\* Να υπολογιστούν οι πλευρές ενός ισοσκελούς τραπεζίου, αν γνωρίζουμε ότι η περίμετρός του είναι 60 m, το εμβαδόν του 160 m<sup>2</sup> και το ύψος του 8 m.

46. \*\* Δίνεται ένα τραπέζιο ΑΒΓΔ, που έχει βάσεις ΑΒ = 70 cm, ΓΔ = 20 cm και μη παράλληλες πλευρές ΒΓ = 40 cm και ΑΔ = 30 cm.



- α) Να αποδειχθεί ότι οι ΒΓ και ΑΔ είναι κάθετοι.  
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

47. \*\* Να δείξετε ότι σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει:

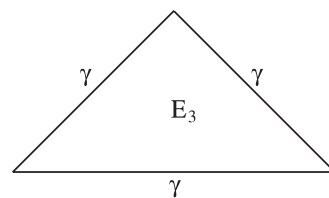
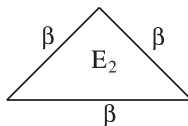
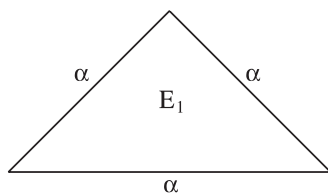
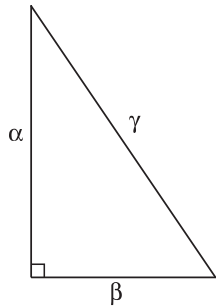
$$\mu_a^2 + \mu_b^2 + \mu_\gamma^2 = 3E\sqrt{3}$$

( $\mu_a, \mu_b, \mu_\gamma$  οι τρεις διάμεσοι του τριγώνου και E το εμβαδόν του).

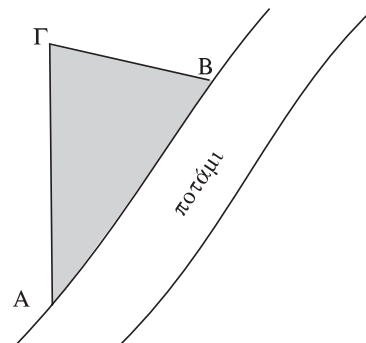
48. \*\* Δείξτε ότι δύο τρίγωνα που έχουν κορυφή ένα τυχόν σημείο της περιμέτρου ενός παραλληλογράμμου και βάσεις τις διαγωνίες του, έχουν σταθερό άθροισμα εμβαδών.

49. \*\* Να διαιρεθεί τετράγωνο πλευράς  $a = 6$  cm σε τρία ισοδύναμα μέρη με ευθείες που διέρχονται από μια κορυφή του.

50. \*\* Παρατηρώντας τα 4 παρακάτω τρίγωνα, βρείτε τη σχέση που συνδέει μεταξύ τους τα εμβαδά  $E_1, E_2, E_3$  των αντίστοιχων τριγώνων. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



51. \*\* Μια ομάδα προσκόπων κατασκηνώνει δίπλα σ' ένα ποτάμι και θέλει να σχηματίσει μια τριγωνική περίφραξη στην όχθη του ποταμού (βλ. διπλανό σχήμα). Η ομάδα έχει στη διάθεσή της δύο σχοινιά μήκους 30 m και 40 m και θέλει να περιφράξει το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν. Πώς θα το καταφέρει:



- α) αν τα μήκη  $ΑΓ, ΓΒ$  της τριγωνικής περίφραξης είναι 40 m και 30 m αντίστοιχα;  
 β) αν το  $ΑΓ + ΓΒ = 70$  m;

**Σημείωση:** Θεωρήστε την όχθη  $ΑΒ$  περίπου ευθεία γραμμή.

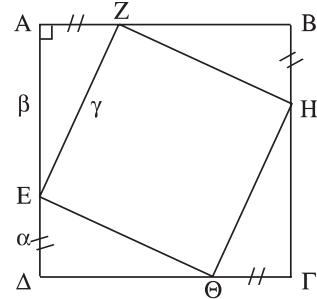
52. \*\* Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο και  $ΕΔ = \Theta\Gamma = ΗΒ = ΑΖ$ .

α) Να βρείτε το εμβαδόν του  $AB\Gamma\Delta$  συναρτήσει των  $\alpha, \beta$ .

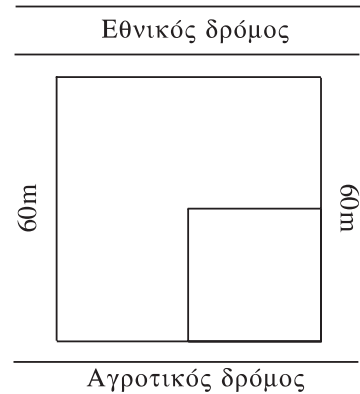
β) Τι σχήμα είναι το  $EZH\Theta$ ;

γ) Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων  $AZE, E\Delta\Theta, \Theta\Gamma H, ΗΒΖ$  και του σχήματος  $EZH\Theta$  συναρτήσει των  $\alpha, \beta$ .

δ) Χρησιμοποιώντας τις απαντήσεις των ερωτημάτων (α), (γ), ποιο βασικό πολύ γνωστό γεωμετρικό θεώρημα μπορείτε να αποδείξετε;



53. \*\* Τέσσερις αδελφοί κληρονόμησαν από τον πατέρα τους διαμπερές τετραγωνικό οικόπεδο πλευράς 60 m. Για να πληρώσουν την Εφορία πούλησαν ένα τμήμα από αυτό σχήματος τετραγώνου, πλευράς 30 m, με πρόσοψη στον αγροτικό δρόμο. Το υπόλοιπο οικόπεδο το μοίρασαν μεταξύ τους τα αδέλφια σε 4 ισεμβαδικά οικόπεδα με πρόσοψη στον Εθνικό δρόμο.



α) Να βρείτε πόσα τετραγωνικά μέτρα πούλησαν για να πληρώσουν την Εφορία.

β) Να βρείτε πόσο είναι το εμβαδόν καθενός από τα 4 οικόπεδα που πήραν οι αδελφοί.

γ) Να σχεδιάσετε τα οικόπεδα που πήρε καθένας από τους τέσσερις αδελφούς και να βρείτε την περίμετρό τους.

δ) Αν το τετράγωνο που πουλήθηκε ήταν σε διαφορετική θέση, μπορούσε να γίνει δικαιότερη η διαίρεση του υπόλοιπου οικοπέδου για τα τέσσερα αδέλφια;

**Παρατήρηση:** Η ερώτηση (δ) να μην δοθεί σε διαγώνισμα, γιατί είναι θέμα που μπορούμε να διαπραγματευθούμε μόνο στην τάξη.

54. \*\* Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο χωρίζεται σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.

α) Σχεδιάστε τις διαγωνίους του τετραγωνικού αγροτεμαχίου και υπολογίστε το μήκος τους.

β) Τοποθετήστε στο σχήμα την τετραγωνική πλατεία και υπολογίστε το εμβαδόν της.

γ) Ολοκληρώστε το σχήμα σχεδιάζοντας τα 8 ζητούμενα ισεμβαδικά οικόπεδα. Τι σχήμα έχουν αυτά;

δ) Υπολογίστε για καθένα από τα 8 οικόπεδα:

i) το εμβαδόν του

ii) την περίμετρό του.

**Παρατήρηση:** Το παραπάνω πρόβλημα μπορούμε να το διαπραγματευθούμε στην τάξη και με την παρακάτω εκφώνηση:

**Πρόβλημα:**

Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο να χωριστεί σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.

55. \*\* Δεδομένο τρίγωνο ΑΒΓ να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο ορθογώνιο.

56. \*\* Δεδομένο πεντάγωνο να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο τρίγωνο.

57. \*\* Δεδομένο τρίγωνο ΑΒΓ να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο ορθογώνιο τρίγωνο.

58. \*\* Να κατασκευαστεί τετράγωνο ισοδύναμο με δεδομένο ορθογώνιο με διαστάσεις  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 7$ .