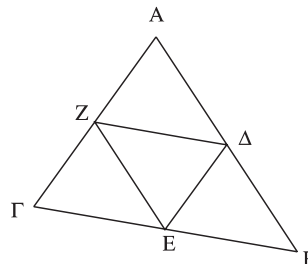


Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. α) Επειδή τα Z, Δ, E είναι μέσα των πλευρών τριγώνου είναι $Z\Delta \parallel \Gamma E$ και $\Delta E \parallel Z\Gamma$. Άρα το τετράπλευρο ZΔΕΓ είναι παραλληλόγραμμο. Η διαγώνιος ZE του παραλληλογράμμου το χωρίζει σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα. Άρα $(\Delta EZ) = (Z\Gamma E)$.



- β) Έχουμε $(\Delta EZ) = (Z\Gamma E)$ από το παραλληλόγραμμο ZΔΕΓ, $(\Delta EZ) = (\Delta EB)$ από το παραλληλόγραμμο ZΔBE και $(\Delta EZ) = (AZ\Delta)$ από το παραλληλόγραμμο AZEΔ. Άρα $(\Delta EZ) = (\Delta EB) = (Z\Gamma E) = (AZ\Delta)$. Επομένως

$$(AB\Gamma) = 4 (\Delta EZ) \text{ ή } (\Delta EZ) = \frac{1}{4} (AB\Gamma).$$

2. Θα δείξουμε ότι $(AB\Gamma\Delta) = A\Gamma \cdot \frac{\Delta E + BZ}{2}$.

Πράγματι είναι:

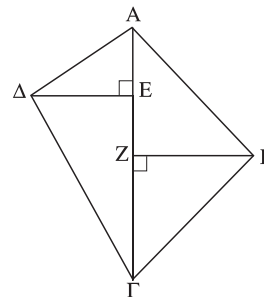
$$(A\Delta\Gamma) = \frac{A\Gamma \cdot \Delta E}{2}$$

$$(AB\Gamma) = \frac{A\Gamma \cdot BZ}{2}$$

Επομένως $(A\Delta\Gamma) + (AB\Gamma) = \frac{A\Gamma \cdot \Delta E}{2} + \frac{A\Gamma \cdot BZ}{2}$ ή

$$(AB\Gamma\Delta) = \frac{A\Gamma \cdot \Delta E + A\Gamma \cdot BZ}{2} = \frac{A\Gamma (\Delta E + BZ)}{2}$$

$$(AB\Gamma\Delta) = A\Gamma \cdot \frac{\Delta E + BZ}{2}$$



$$3. \alpha) (\text{AO}\Delta) = \frac{1}{2} \text{OA} \cdot \text{O}\Delta \cdot \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} \text{OA} \cdot \text{O}\Delta \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{OA} \cdot \text{O}\Delta$$

$$\beta) \text{Έχουμε: } (\text{AO}\Delta) = \frac{1}{4} \text{OA} \cdot \text{O}\Delta$$

$$\text{Όμοια έχουμε: } (\text{GOB}) = \frac{1}{4} \text{OG} \cdot \text{OB}$$

$$(\text{ΔOG}) = \frac{1}{4} \text{O}\Delta \cdot \text{OG}$$

$$(\text{AOB}) = \frac{1}{4} \text{OA} \cdot \text{OB}$$

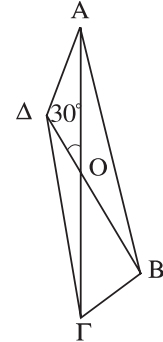
$$\text{Άρα: } (\text{AO}\Delta) + (\text{GOB}) + (\text{ΔOG}) + (\text{AOB}) =$$

$$\frac{1}{4} (\text{OA} \cdot \text{O}\Delta + \text{OG} \cdot \text{OB} + \text{O}\Delta \cdot \text{OG} + \text{OA} \cdot \text{OB}) =$$

$$\frac{1}{4} [\text{OA} (\text{O}\Delta + \text{OB}) + \text{OG} (\text{OB} + \text{O}\Delta)] =$$

$$\frac{1}{4} (\text{OA} \cdot \text{B}\Delta + \text{OG} \cdot \text{B}\Delta) = \frac{1}{4} [(\text{B}\Delta (\text{OA} + \text{OG}))] = \frac{1}{4} \text{B}\Delta \cdot \text{A}\Gamma$$

$$(\text{AB}\Gamma\Delta) = (\text{AO}\Delta) + (\text{GO}\Delta) + (\text{GOB}) + (\text{AOB}) = \frac{1}{4} \text{A}\Gamma \cdot \text{B}\Delta$$



$$4. \text{Είναι } (\text{AB}\Delta) = (\text{B}\Gamma\Delta) \quad (1)$$

από το παραλληλόγραμμο ABΓΔ

$$(\text{KE}\Delta) = (\text{EH}\Delta) \quad (2)$$

από το παραλληλόγραμμο ΚΕΗΔ

$$(\text{BZE}) = (\text{B}\Lambda\text{E}) \quad (3)$$

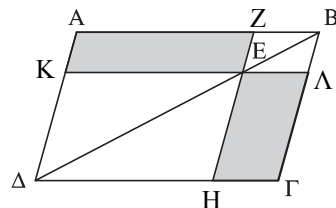
από το παραλληλόγραμμο ΖΒΛΕ

Αφαιρούμε τις ισότητες (2) και (3) από την (1) και έχουμε:

$$(\text{AB}\Delta) - (\text{KE}\Delta) - (\text{BZE}) = (\text{B}\Gamma\Delta) - (\text{EH}\Delta) - (\text{B}\Lambda\text{E})$$

$$(\text{AKEZ}) = (\text{EL}\Gamma\text{H})$$

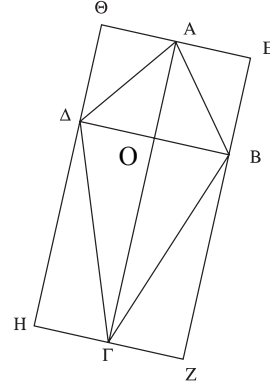
Από ίσα αφαιρέσαμε ίσα και έμειναν ίσα.



5. Θα δείξουμε ότι $(HZE\Theta) = 2 (AB\Gamma\Delta)$.

Πράγματι, από τα σχηματιζόμενα παραλληλόγραμμα $AEBO$, $AO\Delta\Theta$, $\Delta O\Gamma H$ και ΓZBO έχουμε ότι $(A\Theta\Delta) = (AO\Delta)$, $(AEB) = (AOB)$, $(\Delta O\Gamma) = (\Delta H\Gamma)$ και $(\Gamma O B) = (BZ\Gamma)$. Επομένως:

$$\begin{aligned} (HZE\Theta) &= (A\Theta\Delta) + (AO\Delta) + (AEB) + (AOB) + \\ &+ (\Delta O\Gamma) + (\Delta H\Gamma) + (\Gamma O B) + (BZ\Gamma) = \\ &2 (AO\Delta) + 2 (AOB) + 2 (\Delta O\Gamma) + 2 (\Gamma O B) = \\ &2 [(AO\Delta) + (AOB) + (\Delta O\Gamma) + (\Gamma O B)] = 2 (AB\Gamma\Delta) \end{aligned}$$



6. Από την εκφώνηση έχουμε ότι $E = \frac{\delta_1 \alpha}{2}$. Όμως ξέρουμε ότι το εμβαδό του

ρόμβου δίνεται από τη σχέση $E = \frac{\delta_1 \delta_2}{2}$. Άρα $\frac{\delta_1 \alpha}{2} = \frac{\delta_1 \delta_2}{2}$ ή $\alpha = \delta_2$.

Επειδή λοιπόν καταλήξαμε ότι η μία διαγώνιος του ρόμβου θα ισούται με την πλευρά του και επειδή οι διαδοχικές πλευρές του ρόμβου είναι ίσες, η διαγώνιος αυτή λοιπόν θα χωρίζει το ρόμβο σε δύο ίσα ισόπλευρα τρίγωνα. Άρα υποχρεωτικά τότε η μία γωνία του ρόμβου θα είναι 60° .

7. Ξέρουμε ότι το εμβαδό τριγώνου δίνεται από τη σχέση $E = \frac{1}{2} \alpha \upsilon_\alpha$. Όμως

σύμφωνα με την εκφώνηση είναι $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \mu_\alpha$. Άρα $\frac{1}{2} \alpha \cdot \mu_\alpha = \frac{1}{2} \alpha \cdot \upsilon_\alpha$ ή $\mu_\alpha = \upsilon_\alpha$.

Για να συμβαίνει όμως αυτή η σχέση ότι δηλαδή η διάμεσος του τριγώνου που αντιστοιχεί στην πλευρά α να ισούται με το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά α , πρέπει το τρίγωνο να είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

8. Ξέρουμε ότι το εμβαδό τριγώνου δίνεται από τη σχέση $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \nu_\alpha$. Όμως,

$$\text{σύμφωνα με την εκφώνηση, είναι } E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \delta_\alpha. \text{ Άρα } \frac{1}{2} \alpha \cdot \delta_\alpha = \frac{1}{2} \alpha \cdot \nu_\alpha \text{ ή } \delta_\alpha = \nu_\alpha.$$

Για να συμβαίνει όμως αυτή η σχέση ότι δηλαδή η διχοτόμος της γωνίας που αντιστοιχεί στην πλευρά α να ισούται με το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά α , πρέπει το τρίγωνο να είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

9. Η περίμετρος τετραγώνου πλευράς α είναι 4α και το εμβαδό του είναι α^2 . Η περίμετρος ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς β είναι 3β . Σύμφωνα με την εκφώνηση έχουμε ότι $4\alpha = 3\beta$ ή $\alpha = \frac{3\beta}{4}$. Επομένως το εμβαδό του

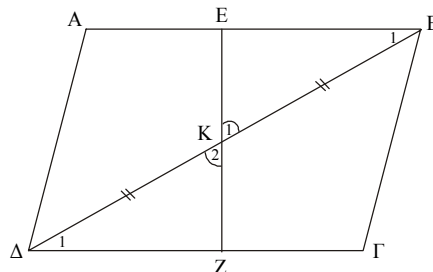
$$\text{τετραγώνου με πλευρά } \alpha = \frac{3\beta}{4} \text{ θα είναι } E = \alpha^2 = \left(\frac{3\beta}{4}\right)^2 = \frac{9\beta^2}{16}.$$

10. Παρατηρούμε ότι τα τρίγωνα KEB

και $K\Delta Z$ είναι ίσα γιατί $\hat{K}_1 = \hat{K}_2$ ως

κατακορυφή, $\hat{\Delta}_1 = \hat{B}_1$ ως εντός εναλλάξ και $KB = K\Delta$.

Άρα $EB = \Delta Z$.



Όμως επειδή $AB = \Delta\Gamma$ θα έχουμε ότι $AB - EB = \Delta\Gamma - \Delta Z$ ή $AE = Z\Gamma$. Τα τραπέζια λοιπόν $AEZ\Delta$ και $EB\Gamma Z$ είναι ισοδύναμα, αφού έχουν ίσα ύψη και ίσο ημιάθροισμα βάσεων.

$$\text{Δηλαδή: } \frac{AE + \Delta Z}{2} \nu = \frac{EB + Z\Gamma}{2} \nu \text{ ή } (AEZ\Delta) = (B\Gamma ZE).$$

11. α) $(\Delta OE) = \frac{1}{2} O\Delta \cdot OE \cdot \eta\mu \hat{O} \Delta =$

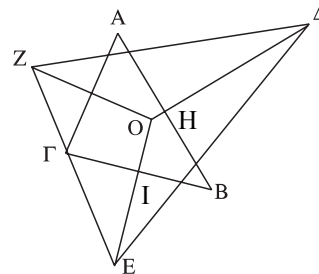
$$\frac{1}{2} AB \cdot B\Gamma \cdot \eta\mu B = (AB\Gamma)$$

$\eta\mu \hat{O} \Delta = \eta\mu B$ γιατί το τετράπλευρο $OHBI$

είναι εγγράψιμο, αφού έχει $\hat{I} = \hat{H} = 90^\circ$.

β) Όμοια βρίσκουμε ότι $(ZO\Delta) = (AB\Gamma)$ και $(ZOE) = (AB\Gamma)$.

Άρα $(\Delta OE) + (ZOE) + (ZO\Delta) = 3 (AB\Gamma)$.



12. Είναι $(AB\Gamma\Delta) = \frac{A\Gamma^2}{4}$.

Όμως $(AO\Delta) = \frac{1}{2} OA \cdot O\Delta \cdot \eta\mu O_1$ και

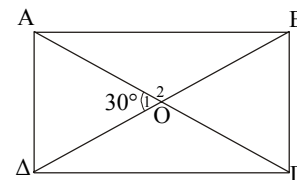
$$(AOB) = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \eta\mu O_2$$

Τα τρίγωνα αυτά είναι ισεμβαδικά γιατί $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$.

Άρα $(AB\Gamma\Delta) = 4 (AO\Delta)$

$$4 (AO\Delta) = \frac{A\Gamma^2}{4} \quad \text{ή} \quad 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{A\Gamma}{2} \cdot \frac{A\Gamma}{2} \cdot \eta\mu O_1 = \frac{A\Gamma^2}{4} \quad \text{ή}$$

$$\frac{A\Gamma^2}{2} \cdot \eta\mu O_1 = \frac{A\Gamma^2}{4} \quad \text{ή} \quad \eta\mu O_1 = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \hat{O}_1 = 30^\circ$$



13. Το εμβαδό τετραγώνου πλευράς a είναι $E = a^2$. Εδώ είναι $a^2 = 256 \text{ cm}^2$ ή $a = 16 \text{ cm}$. Αν ελαττώσουμε την πλευρά a κατά 10 cm , τότε γίνεται 6 cm η πλευρά και το εμβαδό τότε του τετραγώνου γίνεται $E' = 36 \text{ cm}^2$.

Άρα $\Delta E = E - E' = 256 - 36 = 220 \text{ cm}^2$.

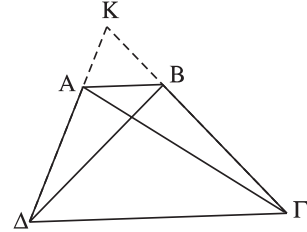
14. Είναι: $(\Gamma_{AB}) = \frac{AB \cdot v}{2}$, $(\Delta_{AB}) = \frac{AB \cdot v}{2}$.

$$\dot{A}_{\rho\alpha}(\Gamma_{AB}) = (\Delta_{AB})$$

$$(\mathbf{K}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}) = (\mathbf{K}\mathbf{A}\mathbf{B}) + (\mathbf{\Gamma}\mathbf{A}\mathbf{B})$$

$$(\mathbf{K}\Delta\mathbf{B}) = (\mathbf{K}\mathbf{A}\mathbf{B}) + (\Delta\mathbf{A}\mathbf{B})$$

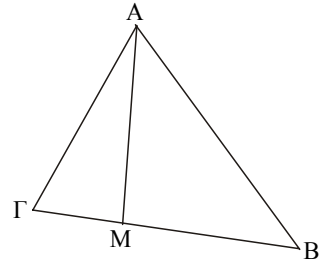
$$\text{A}\rho\alpha\text{ (K}\Lambda\Gamma\text{)} = (\text{K}\Delta\text{B}).$$



15. Θα δείξουμε ότι $(ABM) = \frac{2}{3} (AB\Gamma)$.

$$\text{Πράγματι: (ABM)} = \frac{1}{2} \text{ MB} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \text{ B}\Gamma \cdot \mathbf{v} =$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} \text{B}\Gamma \cdot \mathbf{v} \right) = \frac{2}{3} (\text{A}\text{B}\Gamma)$$



16. Το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και το τρίγωνο ΚΛΜ με γωνία Κ = 120° έχουν γωνίες παραπληρωματικές.

$$\text{Επομένως } \frac{(\text{ΚΛΜ})}{(\text{ΑΒΓ})} = \frac{\text{ΚΛ} \cdot \text{ΛΜ}}{\text{ΑΒ} \cdot \text{ΑΓ}} = \frac{\text{ΚΛ} \cdot \text{ΛΜ}}{\alpha \cdot \alpha} = \frac{\text{ΚΛ} \cdot \text{ΛΜ}}{\alpha^2}$$

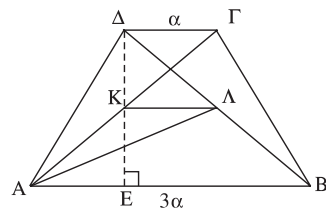
17. α) Είναι γνωστό ότι:

$$K\Lambda = \frac{AB - \Delta\Gamma}{2} = \frac{3\alpha - \alpha}{2} = \alpha$$

$$\text{A}\rho\alpha\text{ (AK}\Lambda\text{)} = \frac{\text{K}\Lambda\cdot\text{K}\text{E}}{2} = \frac{\alpha\cdot\alpha}{2} = \frac{\alpha^2}{2}$$

$AE = \alpha$, άρα $\Delta ΓΕΑ$ παραλληλόγραμμο,

$$\dot{\rho} \alpha \text{ KE} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$$



β) Από το τραπέζιο ΚΛΒΑ προκύπτει ότι τα τρίγωνα ΑΚΛ και ΒΚΛ έχουν κοινή βάση ΚΛ και κοινό ύψος ΚΕ = α. Άρα (ΑΚΛ) = (ΒΚΛ). Όμοια, από το τραπέζιο ΚΛΓΔ έχουμε ότι (ΓΚΛ) = (ΔΚΛ), αφού έχουν κοινή βάση ΓΔ = α και κοινό ύψος ΚΔ = α.

18. Έστω α η πλευρά του τετραγώνου. Τότε το εμβαδό του είναι α^2 . Αν η πλευρά του τετραγώνου αυξηθεί κατά 4 m, τότε:

$$E' = (\alpha + 4)^2 \quad \text{ή} \quad E + 136 = (\alpha + 4)^2 \quad \text{ή} \quad \alpha^2 + 136 = \alpha^2 + 8\alpha + 16 \quad \text{ή} \quad 8\alpha = 136 - 16 \quad \text{ή} \quad 8\alpha = 120 \quad \text{ή} \quad \alpha = 15 \text{ m}$$

19. Επειδή η περίμετρος του ρόμβου είναι 48 cm τότε $48 = 4\alpha$, όπου α είναι η πλευρά του ρόμβου. Άρα $\alpha = 12 \text{ cm}$. Όμως ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο και αφού η πλευρά του είναι α και το ύψος του είναι 5 cm, τότε το εμβαδό του είναι $12 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$.

20. Έστω Ε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

$$\text{Τότε } E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu\Gamma = \frac{1}{2} 12 \cdot 3 \cdot \eta\mu 60^\circ = \frac{1}{2} 36 \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Επομένως το εμβαδό του ισοπλεύρου τριγώνου θα είναι:

$$\frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \quad \text{ή} \quad \alpha^2 = 36 \quad \text{ή} \quad \alpha = 6 \text{ cm}.$$

21. Είναι:

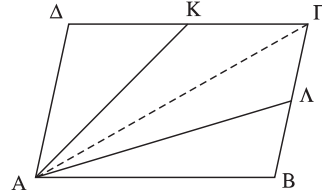
$$(\Gamma\Lambda\Delta) = \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma\Delta) \text{ και } (\text{AK}\Gamma) = \frac{1}{2} (\Gamma\Lambda\Delta) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma\Delta) = \frac{1}{4} (\text{AB}\Gamma\Delta).$$

$$\text{Όμοια } (\text{AB}\Gamma) = \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma\Delta) \text{ και } (\text{A}\Lambda\Gamma) = \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma\Delta) = \frac{1}{4} (\text{AB}\Gamma\Delta)$$

$$\text{Άρα } (\text{AK}\Gamma\Lambda) = (\text{AK}\Gamma) + (\text{A}\Lambda\Gamma) = \frac{1}{4} (\text{AB}\Gamma\Delta) + \frac{1}{4} (\text{AB}\Gamma\Delta) = \frac{1}{2} (\text{AB}\Gamma\Delta)$$



22. α) Έστω $\text{B}\Gamma = \beta$ και $\text{AB} = \alpha$.

$$\text{Είναι } \text{OM} = \frac{\beta}{2}$$

$$\text{OB} = \frac{\text{B}\Delta}{2} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2}$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $\text{B}\Gamma\text{M}$ έχουμε:

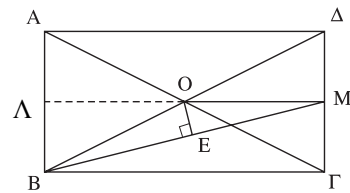
$$\text{BM}^2 = \text{B}\Gamma^2 + \text{GM}^2 \text{ ή } \text{BM}^2 = \beta^2 + \frac{\alpha^2}{4} = \frac{4\beta^2 + \alpha^2}{4}$$

$$\text{BM} = \frac{1}{2} \sqrt{4\beta^2 + \alpha^2}$$

$$\beta) (\text{OBM}) = \frac{\text{OM} \cdot \text{B}\Lambda}{2} = \frac{\frac{\beta}{2} \cdot \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\alpha\beta}{8} \quad (1)$$

$$(\text{O}\Gamma\text{M}) = \frac{\text{OM} \cdot \text{M}\Gamma}{2} = \frac{\frac{\beta}{2} \cdot \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\alpha\beta}{8}. \text{ Άρα } (\text{OBM}) = (\text{O}\Gamma\text{M}).$$

γ) Είναι η σχέση (1).

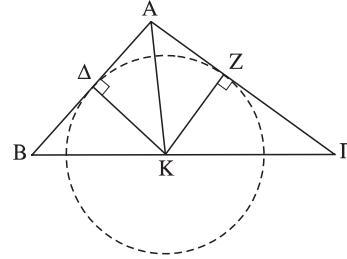


23. Έστω Ε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

Τότε: (ΑΒΓ) = (ΑΚΒ) + (ΑΚΓ)

$$E = \frac{\gamma R}{2} + \frac{\beta R}{2} \quad (AB = \gamma, AG = \beta)$$

$$2E = (\beta + \gamma) R$$



24. Είναι: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2, \hat{\Gamma}_1 = \hat{B}'_1, \hat{B}_1 = \hat{\Gamma}'_1$.

Άρα: $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}' \approx \hat{A}\hat{B}\hat{B}'$

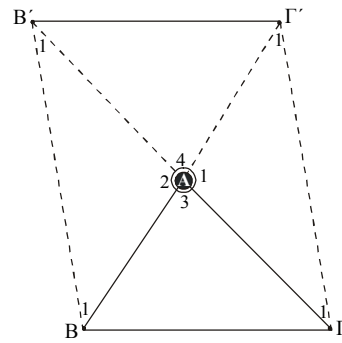
Από την ομοιότητα των τριγώνων $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}'$ και

$$\hat{A}\hat{B}\hat{B}' \text{ έχουμε: } \frac{A\Gamma}{AB'} = \frac{A\Gamma'}{AB} \quad (1)$$

Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒ'Γ' έχουν μια γωνία

$$\text{ίση, } \hat{A}_3 = \hat{A}_4. \text{ Επομένως } \frac{(AB\Gamma)}{(AB'\Gamma')} = \frac{AB \cdot A\Gamma}{AB' \cdot A\Gamma'} \stackrel{(1)}{=} 1$$

Άρα (ΑΒΓ) = (ΑΒ'Γ').



25. $\hat{B}\hat{K}\hat{\Gamma} = 360^\circ - (\hat{A}\hat{K}\hat{B} + \hat{A}\hat{K}\hat{\Gamma}) =$

$$360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

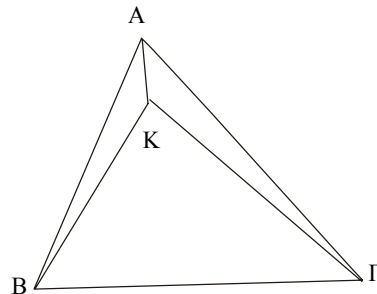
$$\alpha) (KB\Gamma) = \frac{1}{2} KB \cdot K\Gamma \cdot \eta\mu \hat{B}\hat{K}\hat{\Gamma} =$$

$$\frac{1}{2} 6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\beta) (AKB) = \frac{1}{2} AK \cdot KB \cdot \eta\mu \hat{A}\hat{K}\hat{B} = \frac{1}{2} 2 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$(AK\Gamma) = \frac{1}{2} AK \cdot K\Gamma \cdot \eta\mu \hat{A}\hat{K}\hat{\Gamma} = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 \cdot \eta\mu 120^\circ = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$(AB\Gamma) = (AKB) + (AK\Gamma) + (KB\Gamma) = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = 23\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



26. α) Έστω $\alpha = 5 \text{ cm}$ η πλευρά του ρόμβου. Ισχύει: $\left(\frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\delta_2}{2}\right)^2 = 5^2$

(Πυθαγόρειο θεώρημα) ή $\delta_1^2 + \delta_2^2 = 100$. Αφού $(\delta_1 + \delta_2)^2 - 2\delta_1\delta_2 = 100$,

τότε έχουμε $\delta_1 + \delta_2 = 14 \text{ cm}$, $\delta_1\delta_2 = 48 \text{ cm}^2$. Όμως $E_{\text{ρόμβου}} = \frac{\delta_1\delta_2}{2} = 24 \text{ cm}^2$

β) $E = v \cdot \alpha$ ή $24 = v \cdot 5$. Άρα $v = 4,8 \text{ cm}$.

27. α) Αν $\hat{\Delta} = x$, τότε $\hat{A} = 5x$.

Άρα $\hat{\Delta} = 30^\circ$, $\hat{A} = 150^\circ$.

Άρα $AM = v = \frac{\alpha}{2}$ (1)

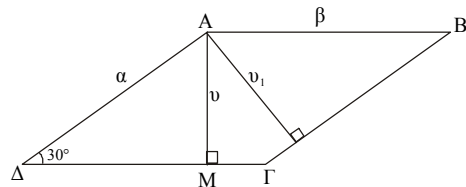
$E = v\beta = \frac{\alpha\beta}{2} = 40$ (2)

Όμως $2(\alpha + \beta) = 12\alpha$ (3)

Από (2), (3) έχουμε $\beta = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 4 \text{ cm}$ (4)

β) Από (1), (4) έχουμε $v = 2 \text{ cm}$. Όμως $E = v_1 \cdot \alpha = 40$ ή $v_1 \cdot 4 = 40$.

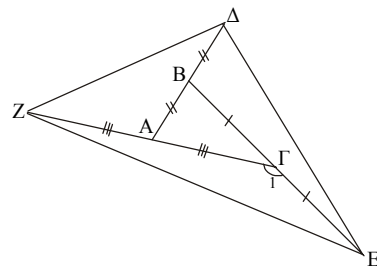
Άρα $v_1 = 10 \text{ cm}$.



28. α) Τα τρίγωνα ABΓ και ΓZE έχουν τις γωνίες τους Γ και Γ₁

παραπληρωματικές. Άρα $\frac{(AB\Gamma)}{(\Gamma ZE)} =$

$\frac{B\Gamma \cdot A\Gamma}{Z\Gamma \cdot \Gamma E} = \frac{1}{2}$ (1)



β) Όμοια

$(\Delta BE) = 2 (AB\Gamma)$, $(ZA\Delta) = 2 (AB\Gamma)$ (2)

$(\Delta EZ) = (AB\Gamma) + (\Delta BE) + (\Gamma ZE) + (ZA\Delta)$

Απ' όπου και λόγω των (1), (2) έχουμε $(\Delta EZ) = 7 (AB\Gamma)$.