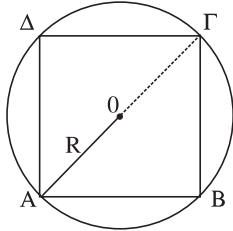


Ερωτήσεις ανάπτυξης

- ** Σε κύκλο ακτίνας $R = 3 \text{ cm}$ είναι περιγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο.
Να υπολογίσετε:**
 - Την πλευρά του.
 - Το εμβαδόν του.
 - ** Υπάρχει κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R του οποίου η κεντρική γωνία είναι 16° ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.**
 - ** Τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) και η ημιπερίμετρός του είναι 80 cm . Να υπολογιστούν:**
 - Η ακτίνα R του κύκλου.
 - Ο λόγος $\frac{\text{εμβαδό τετραγώνου}}{\text{εμβαδό κύκλου}}$.
- 
- ** Τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) .
Γνωρίζοντας (βλέπε το σχήμα της άσκησης 3), ότι $A\Gamma - AB = 12 \text{ cm}$, να υπολογιστούν:**
 - Η ακτίνα του κύκλου.
 - Το εμβαδόν του κύκλου.
 - ** Αν είναι $\lambda_4 + \lambda_3 = 96 \text{ cm}$ όπου λ_4 και λ_3 πλευρές των εγγεγραμμένων σε κύκλο (O, R) τετραγώνου και ισοπλεύρου τριγώνου, να υπολογιστούν:**
 - Η ακτίνα R του κύκλου.
 - Τα αποστήματα α_4 και α_3 των ανωτέρω κανονικών πολυγώνων.
 - ** Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός κανονικού εξαγώνου είναι κορυφές επίσης κανονικού εξαγώνου.**

7. ** Ο λόγος των αποστημάτων δύο κανονικών οκταγώνων είναι $\frac{3}{4}$.

Να υπολογιστούν:

- α) Ο λόγος των περιμέτρων τους.
β) Ο λόγος των εμβαδών τους.

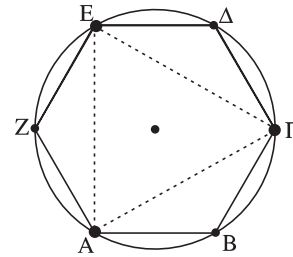
8. ** Κανονικού πολυγώνου, η ακτίνα R είναι 8 cm και το απόστημά του α είναι $4\sqrt{3}$ cm. Να υπολογιστούν:

- α) Η πλευρά του λ.
β) Η κεντρική του γωνία ω σε μοίρες.
γ) Το πλήθος ν των πλευρών του.

9. ** Δίνεται κανονικό εξάγωνο ABΓΔEZ και ισόπλευρο τρίγωνο AGE.

Να υπολογιστούν:

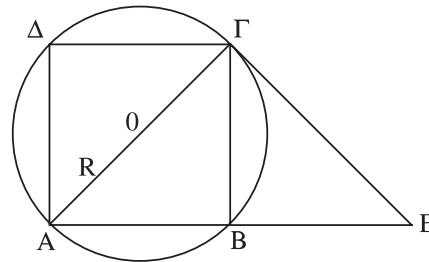
- α) Η πλευρά AG, αν γνωρίζουμε ότι $AB = 6$ cm.
β) Ο λόγος $\frac{(ABΓΔEZ)}{(AGE)}$ των εμβαδών τους.



10. ** Δίνεται κύκλος (O, R) και το εγγεγραμμένο τετράγωνο ABΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά AB και πάνω στην προέκταση παίρνουμε τμήμα

$BE = BA$. Να δείξετε ότι:

- α) $AG = GE$
β) Το ευθύγραμμο τμήμα EG είναι εφαπτόμενο του κύκλου (O, R) στο σημείο Γ.
γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου AGE (συναρτήσει του R).



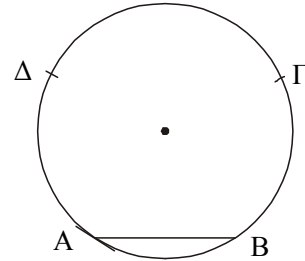
11. ** Σε κύκλο ακτίνας R παίρνουμε τα διαδοχικά

τόξα $\widehat{AB}=60^\circ$, $\widehat{B\Gamma}=90^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta}=120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Να υπολογίσετε τις πλευρές του.

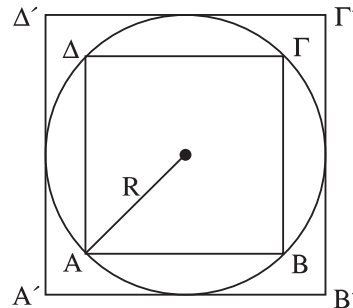
γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.



12. ** Σε κύκλο ακτίνας R το $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο και το $A'B'\Gamma'\Delta'$ περιγεγραμμένο τετράγωνο.

α) Να εκφραστούν οι πλευρές λ_4 και λ'_4 των δύο τετραγώνων συναρτήσει της ακτίνας R .

β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους $\frac{E}{E'}$.

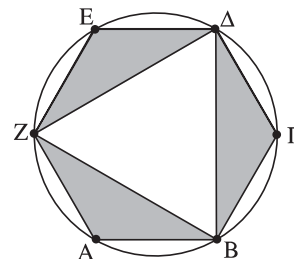


13. ** Δύο ίσα κανονικά εξάγωνα έχουν μία πλευρά κοινή μήκους λ (τα εξάγωνα δεν ταυτίζονται). Να υπολογίσετε την απόσταση των κέντρων τους συναρτήσει του λ .

14. ** Σε κύκλο ακτίνας $R = 3$ cm εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου $AB\Gamma\Delta EZ$.

β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.



15. ** Σε κύκλο ακτίνας R εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα $\frac{4}{3}$ μιας ορθής.

- α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;
- β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του R).

16. ** Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:

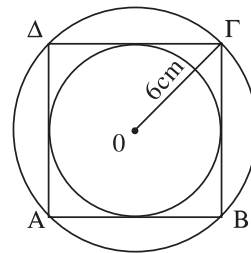
- α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του R).
- β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.

17. ** Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς a . Να υπολογίσετε:

- α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του a).
- β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

18. ** Σ' ένα κύκλο με ακτίνα $R = 6 \text{ cm}$ εγγράφουμε τετράγωνο και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο. Να υπολογιστούν:

- α) Το εμβαδό του τετραγώνου.
- β) Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.



19. ** Κύκλος ακτίνας R διαιρείται σε δύο κυκλικά τμήματα από την πλευρά AB ισοπλεύρου τριγώνου που είναι εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Να υπολογιστούν:

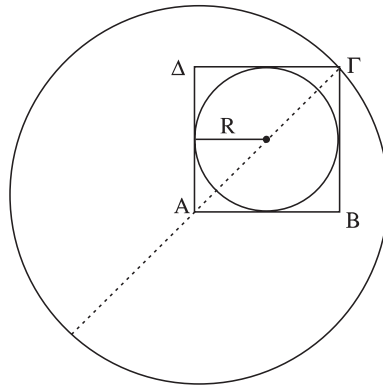
- α) Το μήκος του μικρότερου τόξου AB .
- β) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AOB .

20. ** Δύο ίσοι τεμνόμενοι κύκλοι (O, R) και (O', R) έχουν διάκεντρο ίση με $R\sqrt{2}$ και κοινή χορδή AB . Να βρεθούν:

- α) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AOB .
- β) Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων.

21. ** Σε κύκλο ακτίνας R η χορδή AB αντιστοιχεί στην πλευρά λ_4 εγγεγραμμένου τετραγώνου και χωρίζει τον κύκλο σε δύο κυκλικά τμήματα. Να βρεθούν:
- Το εμβαδόν του μικρότερου κυκλικού τμήματος του κύκλου.
 - Το εμβαδόν του μεγαλύτερου κυκλικού τμήματος.

22. ** Κύκλος με ακτίνα R είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Με κέντρο την κορυφή A του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ και ακτίνα την διαγώνιό του $A\Gamma$ γράφουμε κύκλο. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ αν είναι γνωστή η ακτίνα R .
 - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.

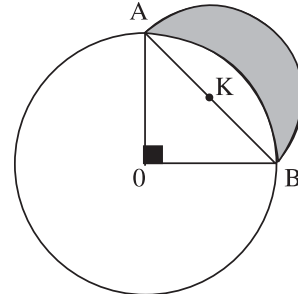


23. ** Σε τετράγωνο πλευράς $2a$ εγγράφουμε και περιγράφουμε δύο κύκλους. Να υπολογιστούν:
- Το εμβαδόν του εσωτερικού κύκλου.
 - Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.
24. ** Να δειχθεί ότι το εμβαδόν κύκλου, που έχει διάμετρο την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο άλλων κύκλων, που έχουν διαμέτρους τις κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

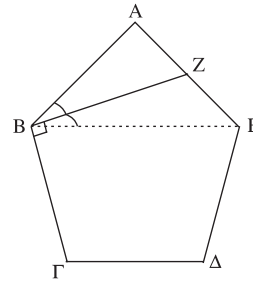
25. ** Σε κύκλο (O, R) θεωρούμε δύο κάθετες ακτίνες του OA και OB . Με διάμετρο την AB γράφουμε εκτός του κύκλου ημικύκλιο.

Να υπολογιστούν:

- α) Το εμβαδόν του τριγώνου AOB .
 β) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνίσκου OAB .

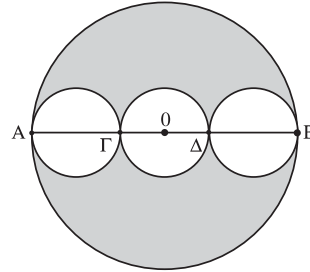


26. ** Να δείξετε ότι η διχοτόμος της γωνίας ABE ενός κανονικού πενταγώνου $AB\Gamma\Delta E$ είναι κάθετη στη πλευρά $B\Gamma$.



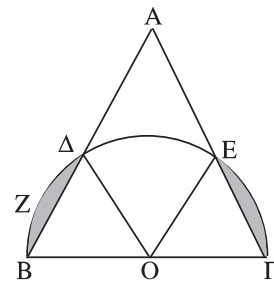
27. ** Να δείξετε ότι κάθε διαγώνιος κανονικού πενταγώνου είναι παράλληλη προς μία πλευρά του.
28. ** Δίνεται κανονικό εξάγωνο περιγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 3 cm .
 Να υπολογίσετε:
 α) την πλευρά του β) το απόστημά του γ) το εμβαδόν του.
29. ** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς $\lambda_3 = 9\text{ cm}$ εγγεγραμμένο σε κύκλο, ακτίνας R . Να υπολογιστούν:
 α) Το μήκος του κύκλου.
 β) Το εμβαδόν των τριών κυκλικών τμημάτων που βρίσκονται έξω από το τρίγωνο.

30. ** Δίνεται κύκλος με διάμετρο $AB = 6a$. Διαιρούμε την διάμετρο AB σε τρία ίσα τμήματα $AG = ΓΔ = ΔB$. Με διαμέτρους τις AG , $ΓΔ$ και $ΔB$ γράφουμε τρεις ίσους κύκλους. Να υπολογισθούν:



- Το εμβαδόν του κύκλου με διάμετρο την AB .
- Το εμβαδόν καθενός των τριών ίσων κύκλων.
- Το λόγο του αθροίσματος των εμβαδών των τριών ίσων κύκλων προς το εμβαδό του κύκλου (O, OA) .
- Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου που βρίσκεται έξω από τους τρεις κύκλους.

31. ** Με διάμετρο την πλευρά $BΓ = a$ ισοπλεύρου τριγώνου $ABΓ$ γράφουμε ημικύκλιο που τέμνει τις πλευρές του τριγώνου στα σημεία $Δ$ και E .

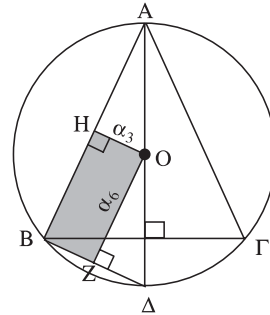


- Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $OBΔ$ και $OEΓ$ είναι ισόπλευρα.
- Να υπολογιστεί το εμβαδό του κυκλικού τομέα $ΟΔΖB$.
- Να υπολογισθούν τα εμβαδά των δύο γραμμοσκιασμένων κυκλικών τμημάτων.

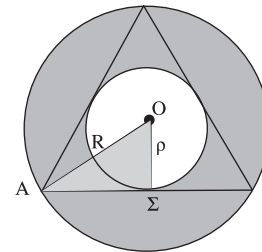
32. ** Δείξτε ότι ο λόγος των εμβαδών του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου ισοπλεύρου τριγώνου στον κύκλο (O, R) είναι $\frac{1}{4}$.

33. ** Να αποδειχθεί:

- α) ότι τα συγκεκριμένα αποστήματα a_3 και a_6 κανονικού τριγώνου και εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο ακτίνας R είναι μεταξύ τους κάθετα (βλ. διπλανό σχήμα) και
 β) ότι τα τρίγωνα AOB και $OB\Delta$ είναι ισομεταβητικά.



34. ** Να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν E κυκλικής στεφάνης που σχηματίζεται μεταξύ των δύο κύκλων ακτίνων R και ρ (με $R > \rho$), ισούται με $\pi \frac{4(OA\Sigma)^2}{\rho^2}$.



35. ** Κανονικού εξαγώνου $AB\Gamma\Delta EZ$ οι πλευρές $AB, \Gamma\Delta$ τέμνονται στο O . Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $OA\Delta$ συναρτήσει της ακτίνας R του περιγεγραμμένου στο εξάγωνο κύκλου.

36. ** Το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $12\sqrt{3}cm^2$. Αν στον ίδιο κύκλο εγγράψουμε τετράγωνο, να βρεθούν:

- α) Η πλευρά του λ_4
 β) Το απόστημα του a_4
 γ) Το εμβαδόν του E_4

37. ** Μέσα σ' ένα χωράφι σχήματος τετραγώνου κατασκευάσαμε το μεγαλύτερο κυκλικό αλώνι που ήταν δυνατό ακτίνας 40 m.

- α) Ποιο ήταν το μήκος της πλευράς του τετραγωνικού χωραφιού;
 β) Ποια είναι η αξία του χωραφιού αν στην περιοχή αυτή η γη κοστίζει 10.000 δρχ./m²;
 γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που είναι έξω από το κυκλικό αλώνι;

38. ** Η διάμετρος τροχού ποδηλάτου είναι 0.50 m. Πόσες στροφές θα κάνει σε μία διαδρομή 1 Km;
39. ** Στο εσωτερικό κυκλικού πάρκου ακτίνας 6 m θέλουμε να κάνουμε μια διακοσμητική πλακόστρωση σχήματος τετραγώνου με το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδό.
- α) Αν τα διακοσμητικά πλακάκια έχουν εμβαδό 0.09 m^2 , πόσα θα χρειαστούν για τη διακόσμηση αυτή;
- β) Στο μέρος του πάρκου που δεν θα πλακοστρωθεί θέλουμε να φυτέψουμε γκαζόν του οποίου το κόστος είναι 3.000 δρχ. ανά m^2 . Πόσο θα κοστίσει το γκαζόν;