

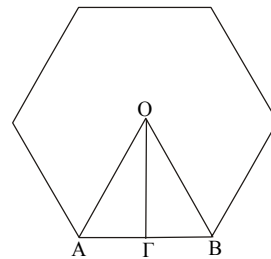
Ερωτήσεις ανάπτυξης

- ** Σε ορθό τριγωνικό πρίσμα με βάση ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και πλευρές $AG = 3$ cm, $B\Gamma = 5$ cm, η παράπλευρη ακμή του είναι 7 cm. Να βρείτε:**
 - Το εμβαδό E_{Π} της παράπλευρης επιφάνειας.
 - Το εμβαδό $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειας.
 - Τον όγκο του V .

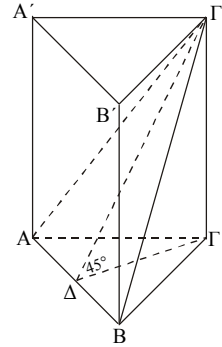
- ** Δίνεται ορθό πρίσμα με βάση ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ ο οποίος έχει διαγώνιες $AG = 6$ cm και $B\Delta = 8$ cm. Αν το πρίσμα έχει παράπλευρη ακμή 7 cm, να βρείτε:**
 - Την πλευρά του ρόμβου.
 - Το εμβαδό E_{π} της παράπλευρης επιφάνειας.
 - Το εμβαδό $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειας.
 - Τον όγκο V του πρίσματος.

- ** Η παράπλευρη ακμή κανονικού τετραγωνικού πρίσματος είναι διπλάσια της πλευράς της βάσης του και το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειάς του είναι $2a^2$ (όπου a δεδομένο ευθύγραμμο τμήμα). Να υπολογίσετε:**
 - Την πλευρά της βάσης του πρίσματος.
 - Τον όγκο του πρίσματος.

- ** Κανονικό εξαγωνικό πρίσμα έχει απόστημα βάσης $2\sqrt{3}$ cm και ύψος τριπλάσιο από την πλευρά της βάσης του. Να υπολογίσετε:**
 - Την πλευρά της βάσης του.
 - Το εμβαδό της βάσης του.
 - Το εμβαδό $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειάς του.

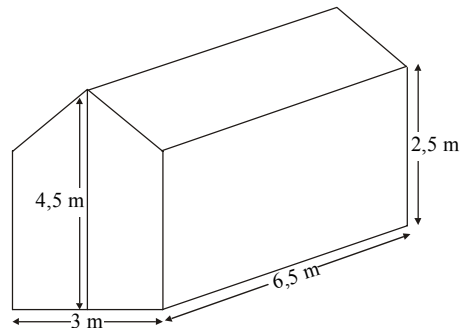


5. ** Το κανονικό πρίσμα του διπλανού σχήματος έχει πλευρά βάσης a και το επίπεδο $\Gamma'AB$ σχηματίζει με τη βάση γωνία 45° και $\Gamma'D \perp AB$. Να βρείτε:
- Τον όγκο και
 - Το εμβαδό του τριγώνου $\Gamma'AB$.



6. ** Σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του και η διαγώνιος του παραλληλεπιπέδου είναι τριπλάσια από το ύψος του. Αν ο όγκος του V είναι 3200 cm^3 , να βρείτε:
- Τις διαστάσεις του.
 - Το εμβαδό του

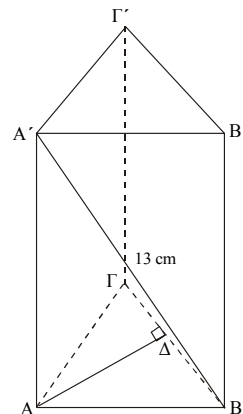
7. ** Στο διπλανό σχήμα να υπολογισθεί ο όγκος V της σκηνής.



8. ** Δοχείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και χωράει 72 m^3 νερό. Αν γνωρίζουμε ότι το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του και το βάθος του είναι τα $2/3$ του μήκους του, να υπολογίσετε τις διαστάσεις του α , β και γ .

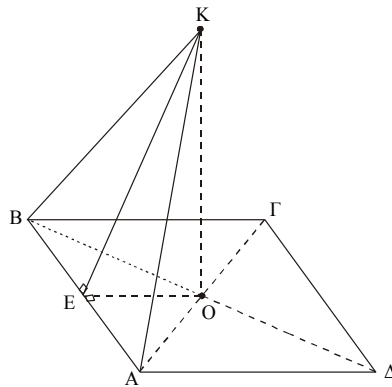
9. ** Δεξαμενή έχει σχήμα κανονικού εξαγωνικού πρίσματος. Ο πυθμένας της δεξαμενής είναι οριζόντιος και το ύψος του νερού που περιέχει είναι 2 m. Αν ρίξουμε μια πέτρα σχήματος κύβου και ακμής $0,5\sqrt{3}$ m τότε η στάθμη του νερού υψώνεται κατά 0,01 m. Να υπολογίσετε:
- Την πλευρά της εξαγωνικής βάσης της.
 - Τον όγκο του νερού που έχει η δεξαμενή.
10. ** Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει ολική επιφάνεια 108 m^2 , διαγώνιο της βάσης του ίση με 5 m και άθροισμα των τριών διαστάσεών του 13 m. Να υπολογίσετε τις διαστάσεις α , β και γ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.
11. ** Οι τρεις διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 3, 4, 5 και η ολική επιφάνειά του είναι 21.150 cm^2 . Να υπολογίσετε:
- Τις τρεις διαστάσεις του α , β και γ .
 - Τον όγκο του V.
12. ** Σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο οι διαστάσεις του αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου με άθροισμα 27 cm και η επιφάνειά του είναι 454 cm^2 . Να βρείτε τον όγκο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

13. ** Το ύψος της τριγωνικής βάσης κανονικού πρίσματος είναι $2,5\sqrt{3}$ cm και η διαγώνιος μιας παράπλευρης έδρας του 13 cm. Να υπολογίσετε:
- Το ύψος του πρίσματος.
 - Το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειάς του.
 - Το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του.



14. ** Ανοιχτή κυβική δεξαμενή έχει διαγώνιο 10 m. Πόσο θα στοιχίσει το βάψιμό της εξωτερικά αν το 1 m² στοιχίζει 150 δρχ.
15. ** Βάψαμε μια δεξαμενή σχήματος κύβου και πληρώσαμε 108.000 δρχ. προς 500 δρχ. το m². Να υπολογίσετε:
 α) Την ακμή της δεξαμενής.
 β) Τον όγκο της.
16. ** Κανονική εξαγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 5α και ύψος 6α. Να υπολογίσετε τα εμβαδά:
 α) Της βάσης.
 β) Της παράπλευρης επιφάνειας.
 γ) Της ολικής επιφάνειας.

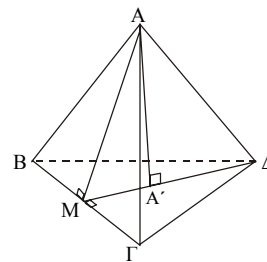
17. ** Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος ίσο προς τα 5/6 της ακμής της βάσης της. Αν η ολική επιφάνειά της είναι 384 cm², να βρείτε:
 α) Την ακμή της βάσης της.
 β) Το ύψος της.



18. ** Σε κανονική τετραγωνική πυραμίδα με πλευρά βάσης a και ύψος $υ$ ισχύει $a^2 = 12υ^2$. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η παράπλευρη έδρα της με τη βάση.
19. ** Η βάση κανονικής πυραμίδας είναι τετράγωνο πλευράς 0,4 m και η παράπλευρη ακμή της ισούται με 0,7 m. Να υπολογίσετε τα εμβαδά:
 α) Της παράπλευρης επιφάνειας.
 β) Της ολικής επιφάνειας.

20. ** Η βάση κανονικής πυραμίδας είναι εξάγωνο πλευράς 8 cm και το ύψος της ισούται με 50 cm. Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας.
 - Το εμβαδό της ολικής επιφάνειας.
 - Τον όγκο της.
21. ** Η βάση κανονικής πυραμίδας είναι τετράγωνο πλευράς 0,8 m και η παράπλευρη ακμή της 1,5 m. Να υπολογίσετε:
- Το ύψος της πυραμίδας.
 - Τον όγκο της.
22. ** Η βάση κανονικής πυραμίδας είναι εξάγωνο πλευράς 2 m και το ύψος της 10 m. Να υπολογίσετε:
- Την παράπλευρη ακμή της.
 - Το εμβαδό E_{Π} της παράπλευρης επιφάνειάς της.
 - Τον όγκο της V .
23. ** Κανονική πυραμίδα έχει βάση ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 6 cm και όγκο 80 cm^3 . Να υπολογίσετε το ύψος της.

24. ** Τα επίπεδα δύο ισοπλεύρων τριγώνων $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ με πλευρά a σχηματίζουν δίεδρη γωνία 60° . Να βρείτε το ύψος AA' του τετραέδρου $AB\Gamma\Delta$.



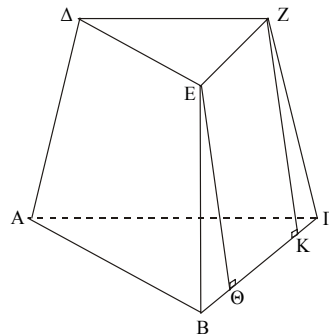
25. ** Να υπολογίσετε το εμβαδό της επιφάνειας κανονικού τετραέδρου ακμής 4 cm.

26. ** Οι βάσεις κανονικής κόλουρης πυραμίδας είναι τετράγωνα με πλευρές 80 cm και 60 cm αντίστοιχα και το παράπλευρο ύψος της είναι 1 m. Να υπολογίσετε τα εμβαδά:

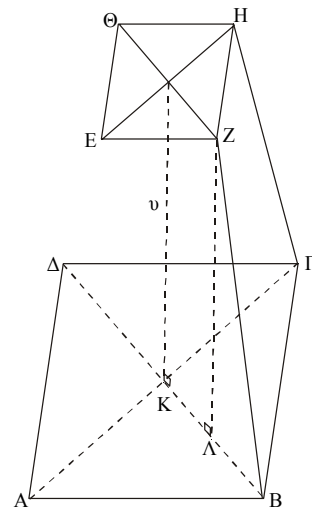
- α) Της παράπλευρης επιφάνειάς της.
β) Της ολικής επιφάνειάς της.

27. ** Οι βάσεις κανονικής κόλουρης πυραμίδας είναι ισόπλευρα τρίγωνα πλευρών 1,2 m και 0,95 m αντίστοιχα και η παράπλευρη ακμή της είναι 1,5 m. Να υπολογίσετε τα εμβαδά:

- α) Της παράπλευρης επιφάνειάς της.
β) Το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς της.



28. ** Η καπνοδόχος κτιρίου έχει σχήμα κόλουρης κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας με βάσεις τετράγωνα πλευρών 70 cm και 60 cm αντίστοιχα και η παράπλευρη ακμή της είναι 65 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο V της καπνοδόχου.

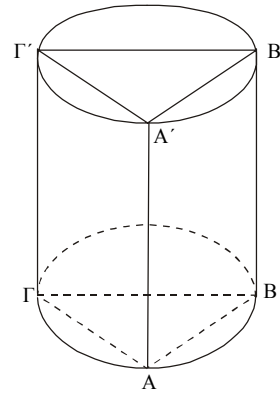


29. ** Το πέλιμα (η βάση) κολόνας οικοδομής έχει σχήμα κόλουρης πυραμίδας με βάσεις τετράγωνα πλευρών 3,2 m και 0,2 m και ύψος 2 m. Ο εργολάβος υπολόγισε τον όγκο της χρησιμοποιώντας τον πρακτικό τύπο $V = \frac{1}{2}(B + \beta) \upsilon$.

Αδίκησε ή όχι τον ιδιοκτήτη και πόσο;

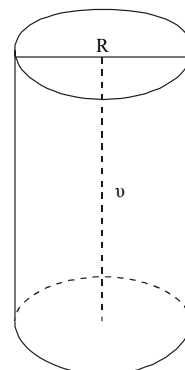
30. ** Η πυραμίδα του Χέοπα έχει βάση τετράγωνο με πλευρά 233 m και ύψος 146 m.
- Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.
 - Οι εσωτερικοί χώροι με τα αφιερώματα και τις αίθουσες των νεκρών καταλαμβάνουν το ένα χιλιοστό του όγκου της πυραμίδας. Να υπολογίσετε τον όγκο της πέτρας που χρειάστηκε για την κατασκευή της πυραμίδας.
 - Αν ξέρουμε ότι ένα m^3 πέτρα ζυγίζει 2 t, πόσοι τόνοι πέτρας χρειάστηκαν για να κατασκευαστεί η πυραμίδα αυτή;

31. ** Η παράπλευρη επιφάνεια κανονικού τριγωνικού πρίσματος εγγεγραμμένου σε κύλινδρο έχει εμβαδό $\sqrt{3} \text{ m}^2$. Να βρείτε το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας του κυλίνδρου συναρτήσει του π .

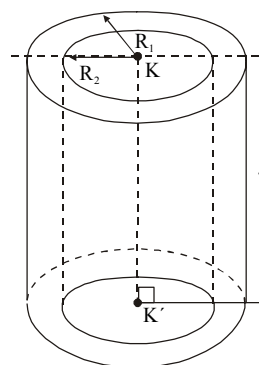


32. ** Η ακτίνα R και το ύψος $υ$ κυλίνδρου ικανοποιούν τη σχέση $\frac{1}{R} + \frac{1}{υ} = \frac{1}{2}$.
Να βρείτε το λόγο του όγκου προς την ολική του επιφάνεια.

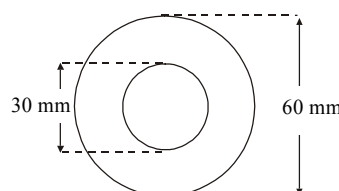
33. ** Το διπλανό μεταλλικό κουτί έχει $v = 20$ cm και διάμετρο βάσης 10 cm. Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδό του μεταλλικού φύλλου που χρειάστηκε για την κατασκευή του κουτιού.
 - Τον όγκο του κουτιού.

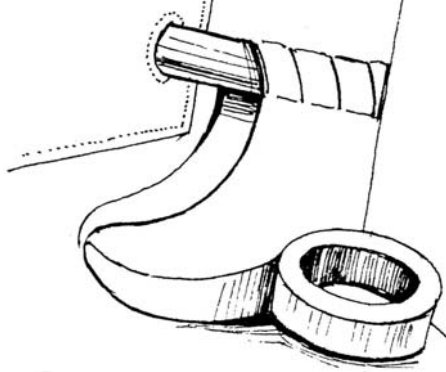


34. ** Από συμπαγή μεταλλικό κύλινδρο κέντρου K , ακτίνας 2 cm και ύψους 5 cm, αφαιρέσαμε κύλινδρο κέντρου K' , ύψους 5 cm και ακτίνας 1,5 cm. Αν το ειδικό βάρος του μετάλλου είναι $7,4$ gr/cm^3 να υπολογίσετε:
- Το βάρος του στερεού που απομένει.
 - Το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του στερεού που απομένει.



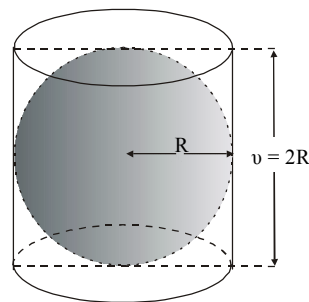
35. ** Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται η διατομή ενός χαλύβδινου μηχανικού εξαρτήματος. Αν γνωρίζουμε ότι το πάχος του είναι 28 mm και το ειδικό βάρος του χάλυβα είναι $7,86$ gr/cm^3 να υπολογίσετε:
- Το βάρος του εξαρτήματος.
 - Το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του.



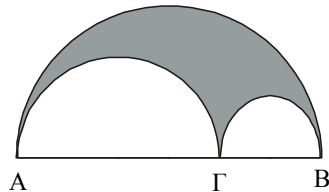
36. ** Ο σωλήνας ενός καλοριφέρ, από τον καυστήρα μέχρι τα σώματα του καλοριφέρ έχει μήκος 25 m και διάμετρο 12 cm (βλέπε διπλανό σχήμα). Θέλουμε να τον περιτυλίξουμε με μονωτική ταινία για να περιορίσουμε τις απώλειες της θερμότητας. Να υπολογίσετε την επιφάνεια της μονωτικής ταινίας που χρειάζεται, αν γνωρίζουμε ότι χάνεται το 5% της επιφάνειας της ταινίας κατά την επικάλυψη του σωλήνα.
- 
37. ** Η ακτίνα της βάσης κώνου είναι 1 m και το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του είναι $9,42 \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε:
- Το παράπλευρο ύψος του κώνου.
 - Το ύψος του κώνου.
 - Το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας του κώνου.
 - Τον όγκο του.
38. ** Το εμβαδό ισοπλεύρου τριγώνου είναι $9\sqrt{3} \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο V του κώνου, ο οποίος έχει βάση τον κύκλο που είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο αυτό και ύψος έχει την πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου.
39. ** Η περίμετρος της βάσης κώνου είναι $6\pi \text{ m}$ και το παράπλευρο ύψος του σχηματίζει με τη βάση του γωνία 60° . Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδό E_π της παράπλευρης επιφάνειας του κώνου.
 - Τον όγκο V του κώνου
40. ** Το εμβαδό της ολικής επιφάνειας κώνου είναι 8 m^2 και το παράπλευρο ύψος του είναι 2 m. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

41. ** Η κυρτή επιφάνεια κώνου έχει εμβαδό 565 dm^2 και το παράπλευρο ύψος του είναι 18 dm . Να υπολογίσετε:
- Την ακτίνα του.
 - Το ύψος του.
 - Τον όγκο του.

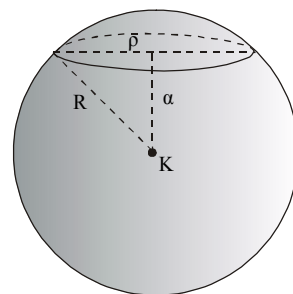
42. ** Στο διπλανό σχήμα η σφαίρα ακτίνας R εφάπτεται ενός κυλίνδρου. Να δείξετε ότι ο λόγος του όγκου του κυλίνδρου προς τον όγκο της σφαίρας, είναι ίσος με το λόγο της επιφάνειας του κυλίνδρου προς την επιφάνεια της σφαίρας, δηλαδή $\frac{V_{\text{κυλ}}}{V_{\text{σφ}}} = \frac{E_{\text{κυλ}}}{E_{\text{σφ}}}$.



43. ** Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε δύο διαδοχικά τμήματα $AG = 2a$, $B\Gamma = a$ και τα ημικύκλια διαμέτρων AG , ΓB , AB προς το ίδιο μέρος της AB . Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται κατά την πλήρη περιστροφή περί την AB του καμπυλογράμμου τριγώνου, που ορίζουν τα τρία ημικύκλια.

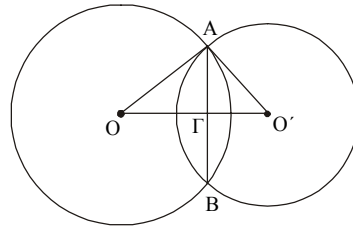


44. ** Στο διπλανό σχήμα, κώνος έχει την κορυφή του K στο κέντρο σφαίρας (K , R) και βάση μια επίπεδη τομή της σφαίρας. Αν το ύψος του κώνου είναι 12 cm και ο όγκος του $100\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε την ακτίνα R της σφαίρας.



45. ** Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο 20 cm, $υ_{\alpha} = 5$ cm και πλευρά $\alpha = 9$ cm. Να βρείτε:
- Τον όγκο του στερεού που παράγεται κατά την πλήρη περιστροφή του τριγώνου $AB\Gamma$ περί την $B\Gamma$.
 - Το εμβαδό της επιφάνειας του στερεού που παράγεται κατά την πλήρη περιστροφή του τριγώνου $AB\Gamma$ περί την $B\Gamma$.

46. ** Δύο σφαίρες έχουν ακτίνες 10 cm και 8 cm αντίστοιχα και τα κέντρα τους απέχουν 12 cm.
- Να εξετάσετε αν οι σφαίρες τέμνονται.
 - Αν τέμνονται να υπολογίσετε το εμβαδό της τομής τους.



47. ** Να δείξετε ότι ο λόγος των τετραγώνων διαμέτρου σφαίρας και της ακμής κύβου εγγεγραμμένου σε αυτή είναι 3:1.
48. ** Η ακμή κύβου είναι a . Να υπολογίσετε τη διαφορά των επιφανειών περιγεγραμμένης και εγγεγραμμένης σφαίρας στο κύβο αυτό.
49. ** Το εμβαδό σφαίρας είναι $7,85 \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος ενός μέγιστου κύκλου της.
50. ** Η ακτίνα σφαίρας είναι 2 m. Να υπολογίσετε την ακτίνα σφαίρας με διπλάσια επιφάνεια.
51. Να εκφράσετε το εμβαδό σφαίρας συναρτήσει του μήκους ενός μεγίστου κύκλου της.

52. ** Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $AB = 4$ cm,

$A\Gamma = 6$ cm και $\hat{B} = 60^\circ$ και
περιστρέφεται πλήρως γύρω από την
 $B\Gamma$. Να βρείτε:

α) Τον όγκο του στερεού που
παράγεται.

β) Το εμβαδό του στερεού που παράγεται.

