Κεφάλαιο 4ο:	ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. * Ο αριθμός $\frac{2\nu}{3}$, ν ∈ Ν, είναι ανάγωγο κλάσμα για κάθε ν ∈ Ν. **Σ** **Λ**

2. * Οι αριθμοί 2ν και 2ν + 2 είναι διαδοχικοί άρτιοι για κάθε ν ∈ Ν. **Σ** **Λ**

3. * Αν ένας ισχυρισμός Ρ (ν) δεχθούμε ότι είναι αληθής για το φυσικό αριθμό ν και αποδείξουμε ότι ισχύει για τον ν + 1, μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι ισχύει για κάθε ν ∈ Ν. **Σ** **Λ**

4. * Αν η πρόταση «Ο αριθμός $\nu^2 + \nu + 17$, ν ∈ Ν*, είναι πρώτος» ισχύει για ν = 1, 2, 3, ..., 16, τότε θα ισχύει και για κάθε ν φυσικό αριθμό. **Σ** **Λ**

5. * Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν επόμενο φυσικό αριθμό που είναι μοναδικός. **Σ** **Λ**

6. * Για κάθε ακέραιο α υπάρχουν ακέραιοι κ, υ ώστε η σχέση της ευκλείδειας διαίρεσης του α δια κ να είναι $\alpha = 3 \cdot \kappa + \upsilon$ με $0 \le \upsilon < 3$. **Σ** **Λ**

7. * Για κάθε ακέραιο α υπάρχουν ακέραιοι κ, υ ώστε η σχέση της ευκλείδειας διαίρεσης του α δια κ να είναι $\alpha = (-3) \cdot \kappa + \upsilon$ με $\upsilon < -3$. **Σ** **Λ**

8. * Το υπόλοιπο της ευκλείδειας διαίρεσης του 2 δια του 15 είναι 2. **Σ** **Λ**

9. * Το υπόλοιπο της ευκλείδειας διαίρεσης του -19 δια του 3 είναι -1. **Σ** **Λ**

10. * Το υπόλοιπο της ευκλείδειας διαίρεσης του -17 δια του 3 είναι 1. **Σ** **Λ**

11. * Το υπόλοιπο της ευκλείδειας διαίρεσης του -25 δια του - 3 είναι -1. **Σ** **Λ**

12. * Το υπόλοιπο της ευκλείδειας διαίρεσης του 25 δια του - 4 είναι 1. **Σ** **Λ**

13. * Έστω α, β ακέραιοι με $\beta \neq 0$. Η Ευκλείδεια διαίρεση του α δια β εκφράζεται από τη σχέση $\alpha = \kappa\beta + \upsilon$, όπου υ οποιοσδήποτε ακέραιος. **Σ** **Λ**

14. * Τα δυνατά υπόλοιπα της διαίρεσης του α δια του β, όπου α, $\beta \in Z^*$ είναι 0, 1, 2, 3, ..., $|\beta| - 1$. **Σ** **Λ**

15. * Κάθε φυσικός αριθμός ν μπορεί να πάρει την μορφή $\nu = 4\kappa + 1$ ή $\nu = 4\kappa + 2$ ή $\nu = 4\kappa + 3$, $\kappa \in N$. **Σ** **Λ**

16. * Κάθε ακέραιος αριθμός κ μπορεί να πάρει την μορφή $\kappa = 3\rho$ ή $\kappa = 3\rho + 1$ ή $\kappa = 3\rho + 2$, $\rho \in Z$. **Σ** **Λ**

17. ** Οι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 1.000.000 που διαιρούνται με το 3, είναι περισσότεροι από αυτούς που διαιρούνται με το 5. **Σ** **Λ**

18. ** Έστω υ το υπόλοιπο της αλγοριθμικής διαίρεσης του α με το $\beta \neq 0$, $\delta \in Z^*$. Αν δ/α και δ/β, τότε δ/υ. **Σ** **Λ**

19. ** Έστω υ το υπόλοιπο της αλγοριθμικής διαίρεσης του α με το $\beta \neq 0$, $\delta \in Z^*$. Αν δ/α και δ/υ, τότε ισχύει πάντα δ/β. **Σ** **Λ**

20. * Αν α/β τότε (-α)/β. **Σ** **Λ**

21. * Αν α/15 και 15/α, τότε $\alpha = 15$ ή $\alpha = -15$. **Σ** **Λ**

22. * Αν α/β + γ, τότε α/β και α/γ. **Σ** **Λ**

23. * Αν -3/x, $x > 0$, τότε ισχύει $3 \leq x$. **Σ** **Λ**

24. * Αν α ακέραιος με 3/α και 5/α, τότε ισχύει 15/α. **Σ** **Λ**

25. * Κάθε πρώτος αριθμός διάφορος του 2 είναι περιττός. **Σ** **Λ**

26. * Κάθε ακέραιος αριθμός $\alpha \in Z^*$ είναι διαιρέτης του αριθμού 0. **Σ** **Λ**

27. * Υπάρχει ακέραιος αριθμός διάφορος του μηδενός, ο οποίος διαιρείται με τον 0. **Σ** **Λ**

28. * Οι μόνοι ακέραιοι διαιρέτες του 1 είναι οι 1 και -1. **Σ** **Λ**

29. * Ο αριθμός 1 είναι διαιρέτης κάθε ακεραίου. **Σ** **Λ**

30. * Αν α/β και β/γ, τότε α/γ. **Σ** **Λ**

31. * Αν α/β και β/α, τότε ισχύει οπωσδήποτε α = β. **Σ** **Λ**

32. * Αν α - β = πολκ τότε θα είναι και $\alpha^\nu - \beta^\nu = \pi o\lambda\kappa$ για κάθε $\nu \in N^*$, $\kappa \in Z$. **Σ** **Λ**

33. * Αν α, β ακέραιοι και ν άρτιος φυσικός αριθμός τότε $(\alpha + \beta) / (\alpha^\nu + \beta^\nu)$. **Σ** **Λ**

34. * Αν α και β είναι δύο θετικοί πρώτοι αριθμοί και α/β, τότε θα είναι α = β. **Σ** **Λ**

35. * Το γινόμενο περιττών αριθμών είναι περιττός αριθμός. **Σ** **Λ**

36. * Ο α είναι θετικός ακέραιος. Τότε υπάρχει τουλάχιστον ένας αριθμός ρ ακέραιος πρώτος ώστε ρ/α^2 και $\rho \leq \alpha$. **Σ** **Λ**

37. * Ο 11 διαιρεί τον ακέραιο α·β (α, β ακέραιοι). Τότε ισχύει πάντα 11/α και 11/β. **Σ** **Λ**

38. ** Δύο αντίθετοι ακέραιοι έχουν τους ίδιους διαιρέτες. **Σ** **Λ**

39. * Η διαφορά δύο πολλαπλασίων του α είναι πολλαπλάσιο του α. **Σ** **Λ**

40. * Άθροισμα περιττού πλήθους περιττών είναι περιττός. **Σ** **Λ**

41. * Άθροισμα περιττού πλήθους άρτιων είναι περιττός. **Σ** **Λ**

42. ** Αν το γινόμενο ακεραίων είναι περιττός, τότε όλοι οι παράγοντες είναι περιττοί. **Σ** **Λ**

43. * Ο ακέραιος α - β, $(\alpha \neq \beta)$ διαιρεί τον ακέραιο $\alpha^\nu + \beta^\nu$ για κάθε $\nu \in N^*$. **Σ** **Λ**

44. * Ο μοναδικός πρώτος άρτιος είναι ο αριθμός 2. **Σ** **Λ**

45. * Ο Μ.Κ.Δ. των -12 και -8 είναι ο -4. **Σ** **Λ**

46. * Ισχύει (140, 280) = 70. **Σ** **Λ**

47. * Ισχύει (α, β) = (α, -β) **Σ** **Λ**

48. * Αν για τους ακεραίους α, β ισχύει $2 \cdot \alpha - \beta = 1$, τότε θα ισχύει (α, β) = 2. **Σ** **Λ**

49. ** Αν για τους ακεραίους α, β ισχύει 3/α, 6/β και (α, β) = γ, τότε θα ισχύει 3/γ. **Σ** **Λ**

50. ** Αν για τους μη μηδενικούς ακεραίους α, β ισχύει α/17·β, τότε ισχύει πάντα α/β. **Σ** **Λ**

51. ** Αν για τους μη μηδενικούς ακεραίους α, β ισχύει α/18·β, τότε ισχύει πάντα α/β. **Σ** **Λ**

52. * Ισχύει η ισότητα $[18, 72] \cdot (18, 72) = 18 \cdot 72$. **Σ** **Λ**

53. * Για κάθε ακέραιο α ισχύει $[17, \alpha] = 17\alpha$. **Σ** **Λ**

54. * Ο αριθμός $\alpha(\alpha + 1)$ είναι σύνθετος (α ακέραιος). **Σ** **Λ**

55. * Αν $(\alpha, \beta) = \gamma$, τότε $(5\alpha, 5\beta) = 5\gamma$. **Σ** **Λ**

56. ** Ισχύει $(1, \alpha) = \alpha$ για κάθε $\alpha \in N^*$. **Σ** **Λ**

57. ** Αν $(\alpha, \beta) = 1$, τότε $\alpha = \beta = 1$. **Σ** **Λ**

58. * Αν $\alpha \in Z^*$, τότε $(\alpha, 0) = |\alpha|$. **Σ** **Λ**

59. * Αν β/α, με $\alpha \neq 0$, τότε $(\alpha, \beta) = |\alpha|$. **Σ** **Λ**

60. * Είναι $(\alpha, \beta) = 1$, τότε θα υπάρχουν ακέραιοι κ, λ ώστε $\kappa\alpha + \lambda\beta = 1$. **Σ** **Λ**

61. * Για κάθε κ ακέραιο ισχύει $[\kappa\alpha, \kappa\beta] = \kappa\,[\alpha, \beta]$. **Σ** **Λ**

62. * Αν α, β, κ, λ ακέραιοι και ισχύει $\alpha\kappa + \beta\lambda = 1$ τότε $(\alpha, \beta) = (\alpha, \lambda) = (\beta, \kappa) = (\kappa, \lambda) = 1$. **Σ** **Λ**

63. * Δύο θετικοί αριθμοί που είναι διάφοροι μεταξύ τους και ο καθένας είναι πρώτος είναι και πρώτοι μεταξύ τους. **Σ** **Λ**

64. * Δύο αριθμοί που είναι πρώτοι μεταξύ τους είναι οπωσδήποτε πρώτοι αριθμοί. **Σ** **Λ**

65. * Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών α, β ($\alpha > 2$ και $\beta > 2$) είναι πάντα πρώτος αριθμός. **Σ** **Λ**

66. ** Ένας ακέραιος αριθμός α που είναι πρώτος έχει διαιρέτες μόνο τον 1 και τον α. **Σ** **Λ**

67. ** Αν ο ακέραιος αριθμός α είναι πρώτος, τότε και ο ακέραιος -α είναι πρώτος. **Σ** **Λ**

68. ** Κάθε πρώτος ακέραιος ρ είναι πρώτος με τον εαυτό του. **Σ** **Λ**

69. * Υπάρχει δεκάδα διαδοχικών φυσικών αριθμών ώστε οι 4 από αυτούς να είναι πρώτοι. **Σ** **Λ**

70. ** Ισχύει $(\alpha, \beta, \gamma) = ((\alpha, \beta), (\alpha, \gamma))$. **Σ** **Λ**

71. * Η γραμμική διοφαντική εξίσωση: $3x + y = 1$ έχει άπειρες λύσεις. **Σ** **Λ**

72. * Η ευθεία $y = x + 3$ διέρχεται από άπειρα το πλήθος σημεία με ακέραιες συντεταγμένες. **Σ** **Λ**

73. ** Η γραμμική διοφαντική εξίσωση: $αx + α^2y = β$ με $β \neq 0$ και $α > 1$ με $(α, β) = 1$ έχει (μία τουλάχιστον) λύση. **Σ** **Λ**

74. ** Αν μια ευθεία με εξίσωση $αx + βy = γ$, με α, β, γ, ακέραιους, διέρχεται από σημείο με ακέραιες συντεταγμένες, τότε θα διέρχεται από άπειρα σημεία με ακέραιες συντεταγμένες. **Σ** **Λ**

75. * Υπάρχει ευθεία που να διέρχεται μόνο από δύο σημεία με ακέραιες συντεταγμένες. **Σ** **Λ**

76. ** Η εξίσωση $αx + βy + κ = 0$ με α, β άρτιους και κ περιττό, έχει τουλάχιστον μία λύση στο Ζ. **Σ** **Λ**

77. * Η διοφαντική εξίσωση $3x + 6y = 5$ έχει άπειρες λύσεις. **Σ** **Λ**