ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Κεφάλαιο 4ο: ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις «Σωστό - Λάθος»

1. Λ	17. Σ	32. Σ	47. Σ	62. Σ
2. Σ	18. Σ	33. Λ	48. Λ	63. Σ
3. Λ	19. Λ	34. Σ	49. Σ	64. Λ
4. Λ	20. Σ	35. Σ	50. Λ	65. Λ
5. Σ	21. Σ	36. Σ	51. Λ	66. Λ
6. Σ	22. Λ	37. Λ	52. Σ	67. Σ
7. Λ	23. Σ	38. Σ	53. Λ	68. Λ
8. Σ	24. Σ	39. Σ	54. Σ	69. Σ
9. Λ	25. Σ	40. Σ	55. Σ	70. Σ
10. Σ	26. Σ	41. Λ	56. Λ	71. Σ
11. Λ	27. Λ	42. Σ	57. Λ	72. Σ
12. Σ	28. Σ	43. Λ	58. Σ	73. Λ
13. Λ	29. Σ	44. Σ	59. Σ	74. Σ
14. Σ	30. Σ	45. Λ	60. Σ	75. Λ
15. Λ	31. Λ	46. Λ	61. Λ	76. Λ
16. Σ				77. Λ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Δ	11. Β	21. Γ	31. Ε
2. Γ	12. Γ	22. Α	32. Γ
3. Β	13. Δ	23. Γ	33. Δ
4. Β	14. Ε	24. Ε	34. Γ
5. Δ	15. Δ	25. Δ	35. Ε
6. Δ	16. Γ	26. Γ	36. Γ
7. Δ	17. Γ	27. Ε	37. Δ
8. Ε	18. Ε	28. Δ	38. Δ
9. Δ	19. Γ	29. Γ	
10. Δ	20. Γ	30. Γ	

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. 1Β, 2Γ, 3Ε, 4ΣΤ	7. 1Β, 2Α, 3Δ
2. 1Β, 2Ε, 3Α	8. 1Δ, 2Α, 3Β, 4Ζ, 5Ε
3. 1Β, 2Δ, 3Α	9. 1Α, 2Δ, 3Β, 4Ε
4. 1Γ, 2Δ, 3Β	10. 1Γ, 2Δ, 3Α
5. 1Ε, 2Γ, 3Β	11. 1Δ, 2Ε, 3Β, 4Α
6. 1Γ, 2Α, 3ΣΤ, 4Ζ, 5Δ	

Απαντήσεις στις ερωτήσεις διάταξης

1. δ, α, β, ε, γ
2. γ, β, ε, α, δ, στ
3. α : 0, γ : 1, β : 2, δ : 3, ε : 4

Υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Ο τύπος είναι $1 + 2 + 3 + ... + \nu = \dfrac{\nu(\nu+1)}{2}$.

2. Ο αριθμός των διαγωνίων ενός ν-γώνου θα είναι $P_\nu = \dfrac{\nu(\nu-3)}{2}$. Για την απόδειξη παρατηρείστε ότι προσθέτοντας μια πλευρά στο πολύγωνο, προσθέτουμε $(\nu-2) + 1 = \nu - 1$ διαγώνιες, άρα $P_{\nu+1} = P_\nu + (\nu - 1) = \dfrac{(\nu+1)(\nu-2)}{2}$

3. Η ελάχιστη τιμή είναι $\nu = 5$. Η απόδειξη γίνεται με επαγωγή.

4. Ένας άλλος τρόπος απόδειξης είναι ο εξής:
$2^{4\nu} - 1 = (2^4)^\nu - 1^\nu = 16^\nu - 1^\nu = (16-1)(16^{\nu-1} + ... + 1) = \text{πολ}.15$

5. Επαγωγή ή με την ταυτότητα:
$(\alpha + \beta)^\nu - \alpha^\nu = (\alpha + \beta - \alpha)[(\alpha + \beta)^{\nu-1} + \ldots + \alpha^{\nu-1}] = \text{πολ}.\beta$

6. i) Επαγωγή
ii) Αν ισχύει η P_ν τότε ισχύει και η $P_{\nu+1}$, όμως δεν ισχύει για $\nu = 1$, άρα δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ισχύει για κάθε $\nu \in N^*$.

7. ii) Έστω $α = \sqrt{2+\sqrt{2}}$ … (κ + 1 ριζικά), τότε $α^2 = 2 + \sqrt{2+\sqrt{2}}$ (κ ριζικά) άρα $α^2 < 2 + 2$ δηλαδή $α^2 < 4$, άρα $α < 2$. Σύμφωνα με την αρχή της μαθηματικής επαγωγής ισχύει για οποιοδήποτε πλήθος ριζικών.

8. i) Είναι $1 + 2 + 3 = 6$

ii) Είναι $1 + 2 + 3 + … + ν = \frac{ν(ν+1)}{2}$

9. Απλή επαγωγή.

10. Επαγωγή.

11. Θα είναι $α = 3 \cdot κ + υ$ με $κ = 2υ$, άρα $α = 3 \cdot 2υ + υ$, με $υ = 0, 1, 2$. Επομένως $α = 7υ$. Άρα $α = 0$ (απορρίπτεται), $α = 7$ ή $α = 14$.

12. Θα έχουμε $60 = δ{\cdot}π + 12$, άρα $δ{\cdot}π = 48$ με $12 < δ$. Άρα θα έχουμε $(δ, π) = (16, 3)$ ή $(24, 2)$ ή $(48, 1)$

13. $α = β{\cdot}π + υ$ με $0 \le υ < β$, άρα $-α = (-β)\, π - υ$, άρα $-α = (-β)\,(π +1) + (β-υ)$ με $0 \le β - υ < |-β|$. Δηλαδή είναι πηλίκο $π + 1$ και υπόλοιπο $β - υ$ με $0 \le β - υ < β$, που ισχύει.

14. Αν $α = 2κ$ τότε $α^2 = 4κ^2$ =πολ.4

αν $α = 2κ + 1$, τότε $α^2 = (2κ + 1)^2$ =πολ.4 + 1

15. Θα είναι $\alpha = 13\ \pi + \upsilon$ με $\pi = \upsilon$ και $0 \leq \upsilon < 13$.
Άρα $\alpha = 14\ \upsilon$ με $\upsilon = 0, 1, 2... 13$.

16. Έχουμε $2285 = \delta\pi_1 + 8$ και $977 = \delta\pi_2 + 5$, άρα $\delta\pi_1 = 2285 - 8 = 2277$ και $\delta\pi_2 = 977 - 5 = 972$ άρα $\delta = (2277, 972) = 9$.

17. Έστω α ο αριθμός των δένδρων, τότε θα είναι
α - 2 = πολ. [3, 4, 5, 6] = πολ. 60 και λόγω των υποθέσεων θα είναι
$\alpha - 2 = 120$ δηλαδή $\alpha = 122$.

18. Είναι $\begin{matrix} 100 = \alpha\pi_1 + 1 \\ 80 = \alpha\pi_2 + 8 \end{matrix}$ με $\alpha > 8$. Άρα $\begin{matrix} \alpha\pi_1 = 99 \\ \alpha\pi_2 = 72 \end{matrix}$ με $\alpha > 8$, άρα είναι α = κοινός διαιρέτης των 99 και 72 με $\alpha > 8$, δηλαδή $\alpha = 9$.

19. **α)** Θα είναι $x = 5x_1$ και $y = 5y_1$ με $(x_1, y_1) = 1$, άρα $x + y = 200 \Leftrightarrow$
$5x_1 + 5y_1 = 200 \Leftrightarrow x_1 + y_1 = 40$ με $(x_1, y_1) = 1$

β) $x = 3x_1$ και $y = 3y_1$, άρα $x_1 + y_1 = \frac{200}{3}$, άτοπο.

Άρα το σύστημα είναι αδύνατο

20. Θα είναι $x = 10x_1$ και $y = 10y_1$ με $(x_1, y_1) = 1$ και $[x, y] = 100$,
άρα $[x_1, y_1] = 10$. Επομένως $(x_1, y_1) = (1, 10)$ ή $(2, 5)$ ή $(10, 1)$ ή $(5, 2)$.

21. i) $2\kappa + 2\lambda = 2\ (\kappa + \lambda) = 2\rho$, άρτιος
ii) ομοίως
iii) $(2\kappa + 1) + (2\lambda + 1) = 2\ (\kappa + \lambda + 1) = 2\rho$

iv) ομοίως

v) $2κ + (2λ + 1) = 2 (κ + λ) + 1 = 2 ρ + 1$, περιττός

vi) ομοίως

vii) $(2κ + 1) (2λ + 1) = 4κλ + 2κ + 2λ + 1 = 2ρ + 1$

viii) $2κ (2λ + 1) = 2 [κ (2λ + 1)] = 2ρ$

22. Είναι $ν (ν - 1)$

αν ν άρτιος τότε $2κ (2κ - 1) = 2ρ$, άρτιος

αν ν περιττός τότε $(2κ -1) (2κ - 2) = 2ρ$

23. $2ν (2ν + 2) = 4ν (ν + 1) = 4 \cdot 2κ = 8κ$

24. Σε 5 διαδοχικούς ακεραίους υπάρχει ένας που είναι πολ/σιο του 5, ένας που είναι πολ/σιο του 3 και γινόμενο δύο διαδοχικών αρτίων που είναι (σύμφωνα με την άσκηση 23) πολ/σιο του 8. Επειδή $5 \cdot 3 \cdot 8 = 120$, έχουμε το συμπέρασμα.

25. Παίρνουμε το γινόμενο $(ν - 1) ν (ν + 1)$ και θέτουμε $ν = 3κ$ ή $ν = 3κ + 1$ ή $ν = 3κ + 2$.

26. Στο γινόμενο $(ν - 2) (ν - 1) ν (ν + 1) (ν + 2)$, θέτουμε $ν = 5κ + υ$, με $υ = 0, 1, 2, 3, 4$.

27. Αν ο ένας είναι περιττός, τότε η διαφορά τους θα είναι περιττός, άτοπο. Αν είναι και οι δύο περιττοί, τότε το γινόμενό τους θα είναι περιττός, άτοπο. Άρα και οι δύο θα είναι άρτιοι.

28. i) πράξεις

ii) Από το i)

iii) $80 = 4 \cdot 20 = (20 + 1)^2 - (20 - 1)^2$

29. Έχουμε $2κ + 1 = 2κ + 1 + κ^2 - κ^2 = (κ + 1)^2 - κ^2$.

30. α) Αν ο ακέραιος είναι άρτιος θα είναι της μορφής 2κ, αν είναι περιττός θα είναι $2κ + 1$ ($α = 2κ + υ$ με $υ = 0$ ή $υ = 1$).

β) Αν $α = 2ρ$, τότε $α^2 = 4ρ^2 = 4κ$

αν $α = 2ρ + 1$, τότε $α^2 = (2ρ + 1)^2 = 4ρ^2 + 4ρ + 1 = 4κ + 1$

γ) Περιπτώσεις για α άρτιο ή α περιττό.

31. **α)** Αν α είναι η αξία του ενός κιλού, θα έχουμε: $1.500 = κ \cdot α + 220$, $2.000 = (κ + 2)\, α + 80$ από όπου έχουμε $α = 320$

β) Αφού η τιμή του ενός κιλού είναι 320 δρχ., θα πρέπει το 320, να διαιρεί κάποιο πολ/σιο του 5.000. Άρα είναι [5.000, 320] = 40.000. Άρα με 8 χαρ/τα των 5.000 δεν θα πάρουμε ρέστα.

32. $α = κ \cdot ν + υ$ και $β = λ \cdot ν + υ$, άρα $α - β = (κ - λ)\, ν$, άρα $\frac{α - β}{ν} = κ - λ$

33. $α + λβ = (βκ + υ) + λβ = (κ + λ)\, β + υ$

34. **α)** $\nu^3 - \nu = (\nu - 1)\,\nu\,(\nu + 1)$. Οι $\nu - 1$ και $\nu + 1$ είναι άρτιοι, άρα το γινόμενό τους διαιρείται με το 8. Επίσης μεταξύ των τριών διαδοχικών, ένας είναι πολ/σιο του 3, άρα το γινόμενό τους διαιρείται με το $3 \cdot 8 = 24$.

β) $(\nu^2 - 1)\,\nu^2\,(\nu^2 + 1) = (\nu - 1)\,(\nu + 1)\,\nu^2\,(\nu^2 + 1)$ και $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5$ και κάθε ένας από τους 4, 3, 5 διαιρεί την παράσταση.

γ) $(\nu^3 - 1)\,(\nu^2 - 4) = (\nu - 2)\,(\nu - 1)\,\nu\,(\nu + 1)\,(\nu + 2)$ (γινόμενο πέντε διαδοχικών) και $120 = 8 \cdot 3 \cdot 5$

35. **α)** αν $\beta = 1 + 3\kappa$, τότε $\beta^2 = 1 + 3\lambda$

β) $\beta^3 = 1 + 3\rho$

36. Αν $\nu = 1 + 5\kappa$, τότε $3\nu^2 + 3\nu - 1 = 5\rho$

37. Θέτουμε $\nu = 2 + 5\kappa$

38. Αν $\nu = 3 + 5\kappa$ τότε $3\nu^2 + 3\nu - 1 =$ πολ.5

αν $\nu = 1 + 5\kappa$, ομοίως

39. Ο α θα είναι της μορφής $3\kappa + 1$ ή $3\kappa + 2$ και ο β επίσης, έστω $3\lambda + 1$ ή $3\lambda + 2$. Συνδυάζουμε όλες τις περιπτώσεις.

40. Τα ψηφία του θα είναι της μορφής κ, $\kappa + 1$, $\kappa + 2$ (ή $\kappa + 2$, $\kappa + 1$, κ). Έτσι θα ισούται με $100\,\kappa + 10\,(\kappa + 1) + \kappa + 2 = 111\kappa + 12 = 3\,(37\kappa + 4) =$ πολ.3

41. με επαγωγή

42. Ομοίως

43. Ομοίως

44. Αφού διαιρείται με όλους τους αριθμούς από το 1 έως το 10, θα είναι κοινό τους πολ/σιο. Άρα θα είναι $[1, 2, 3, \ldots, 10] = 2.520$

45. **α) i)** Θα είναι $\alpha = \kappa\beta$ και $\beta = \lambda\alpha$, άρα $\alpha\beta = \kappa\lambda\alpha\beta \Leftrightarrow \kappa\lambda = 1 \Leftrightarrow \kappa = \lambda = 1$. Άρα $\alpha = \beta$

ii) Θα είναι $\alpha + \beta = \kappa\alpha \Leftrightarrow \beta = (\kappa - 1)\,\alpha$. Άρα $\alpha \,/\, \beta$

β) Θα έχουμε $\alpha + \beta = \kappa\alpha\beta$, άρα $\alpha \,/\, \alpha + \beta$ και $\beta \,/\, \alpha + \beta$ άρα $\alpha \,/\, \beta$ και $\beta \,/\, \alpha$, δηλαδή $\alpha = \beta$. Επομένως $2\alpha = \kappa\alpha^2 \Leftrightarrow 2 = \kappa\alpha \Leftrightarrow \alpha = 1$ ή $\alpha = 2$

46. Είναι $\alpha = \nu\,(\nu - 1)\,(\nu + 1)\,(2\nu - 1)\,(2\nu + 1)$. Παίρνουμε περιπτώσεις για τον $\nu = 5\kappa + \upsilon$, με $\upsilon = 0, 1, 2, 3, 4$. Σε κάθε περίπτωση ένας παράγοντας είναι πολ/σιο του 5.

47. Αν $\alpha = \lambda\mu$, τότε $\alpha = 10\lambda + \mu = 7\lambda + (3\lambda + \mu) = \pi o\lambda.7$, αφού το $3\lambda + \mu = \pi o\lambda.7$.

48. **α)** $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma = 10^5\alpha + 10^4\beta + 10^3\gamma + 10^2\alpha + 10 \cdot \beta + \gamma = 1001\,(100\alpha + 10\beta + \gamma)$

β) Είναι $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$

49. Αν $\alpha = x \cdot y = 10x + y$, τότε θα είναι $\beta = y \cdot x = 10y + x$.
Άρα $\alpha - \beta = 9\,(x - y) =$ πολ.9

50. **α)** $\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\gamma}{\delta} = 1 \Leftrightarrow \alpha\delta + \beta\gamma = \beta\delta$, άρα

$\alpha\delta = \beta\delta - \beta\gamma$ και $\beta\gamma = \beta\delta - \alpha\delta$, άρα

$\alpha\delta = \beta\,(\delta - \gamma)$ και $\beta\gamma = \delta\,(\beta - \alpha)$, άρα

δ / β και β / δ

β) άρα $|\beta| = |\delta|$

51. Έστω $(\alpha, \beta) = \delta_1$ και $(5\alpha + 4\beta, \alpha + \beta) = \delta_2$ τότε δ_1 / δ_2 και δ_2 / δ_1.

52. Αφού $(\alpha, \beta) = 1$, θα υπάρχουν ακέραιοι x, y ώστε $\alpha x + \beta y = 1$. Όμως $\alpha = \kappa\delta$, άρα $\delta\,(\kappa x) + \beta y = 1$, άρα $(\delta, \beta) = 1$.

53. Έστω $(\alpha, \beta) = \delta_1$ και $(\alpha + \beta\gamma, \beta) = \delta_2$ προφανώς δ_1 / δ_2 και άρα δ_2 / δ_1, οπότε $\delta_1 = \delta_2$.

54. Έχουμε $\left.\begin{array}{l} \delta_1 / \alpha \\ \delta_1 / \beta \end{array}\right\}$ άρα $\left.\begin{array}{l} \delta_1 / \alpha + \beta\gamma \\ \delta_1 / \alpha + \beta\,(\gamma - 1) \end{array}\right\}$ άρα δ_1 / δ_2

και

$$\left.\begin{array}{l} \delta_2 / \alpha + \beta\gamma \\ \delta_2 / \alpha + \beta\gamma - \beta \end{array}\right\} \text{ άρα } \left.\begin{array}{l} \delta_2 / \beta \\ \delta_2 / \beta\gamma \end{array}\right\} \text{ άρα } \left.\begin{array}{l} \delta_2 / \beta \\ \delta_2 / \alpha \end{array}\right\} \text{ άρα } \delta_2 / \delta_1$$

55. Αφού $\delta_1 = (\alpha, \beta)$ θα έχουμε

$$\left.\begin{array}{l}\delta_1 / \alpha \\ \\ \delta_1 / \beta\end{array}\right\} \text{άρα} \qquad \left.\begin{array}{l}\delta_1 / \alpha \\ \\ \delta_1 / \beta\gamma\end{array}\right\} \text{άρα } \delta_1 / \delta_2$$

56. Αφού $(5\nu + 1, 6\nu + 1) = \delta$, τότε

$$\left.\begin{array}{l}\delta / 5\nu + 1 \\ \\ \delta / 6\nu + 1\end{array}\right\} \text{άρα } \delta / \nu \quad \text{άρα} \left\{\begin{array}{l}\delta / 5\nu \\ \\ \delta / 5\nu + 1\end{array}\right\} \text{ άρα } \delta / 1$$

57. **α)** Αν οι πλευρές του είναι x και y τότε η περίμετρος είναι

$2x + 2y = 2\,(x + y)$

β) Το εμβαδόν του ισούται με $x \cdot y$ = σύνθετος αφού $x, y \neq 1$ και 2.

58. Επαγωγή

P_ν: $(\nu + 1)(\nu + 2)(\nu + 3) \ldots (2\nu - 1)\, 2\nu = \text{πολ.}2^\nu$

$P_{\nu+1}$: $(\nu + 2)(\nu + 3)(\nu + 4) \ldots (2\nu - 1)\, 2\nu\, (2\nu + 1)\, 2\, (\nu + 1) = \text{πολ.}2^{\nu+1}$

59. **i)** Αν ο ένας τουλάχιστον είναι άρτιος, τότε ο 2 θα διαιρεί τον $x \cdot y$.

ii) Θα είναι $x = 2\kappa + 1$ και $y = 2\lambda + 1$, άρα $x^2 + y^2 = (2\kappa + 1)^2 + (2\lambda + 1)^2 =$ πολ.2.

iii) $x^2 + y^2 = 4\rho + 2$.

60. Επειδή $(\alpha, \beta, \gamma) = 7$, θα είναι $\alpha = 7\kappa$, $\beta = 7\lambda$, $\gamma = 7\mu$ άρα $7\,[\kappa, \lambda, \mu] = 105 \Leftrightarrow$ $[\kappa, \lambda, \mu] = 15 = 1.3.5$. Άρα θα είναι $\kappa = 1$, $\lambda = 3$, $\mu = 5$ ή $\kappa = 5$, $\lambda = 3$, $\mu = 1$, δηλαδή $\alpha = 7$, $\beta = 21$, $\gamma = 35$ ή $\alpha = 35$, $\beta = 21$, $\gamma = 7$.

61. Για $\nu = 2$ έχουμε $\nu^3 - 1 = 7$, πρώτος
Για $\nu > 2$ είναι $\nu^3 - 1 = (\nu - 1)(\nu^2 + \nu + 1)$, σύνθετος

62. Έστω $\rho_1 = \dfrac{\alpha}{\beta}$, $\rho_2 = \dfrac{\gamma}{\delta}$ με $(\alpha, \beta) = 1$ και $(\gamma, \delta) = 1$ δύο ρίζες της εξίσωσης.

Θα έχουμε $\rho_1 + \rho_2 = \kappa$, $\rho_1 \cdot \rho_2 = \lambda$ άρα $\alpha\delta + \beta\gamma = \kappa\beta\delta$ και $\alpha\gamma = \lambda\beta\delta$ άρα $\alpha\delta = \beta\,(\kappa\delta - \gamma)$ και $\alpha\gamma = \delta\,(\lambda\beta)$ άρα $\beta/\alpha\delta$ και $\delta/\alpha\gamma$ άρα β/δ και δ/α άρα β/α, άτοπο

63. Ένα παράδειγμα είναι οι αριθμοί 3, 4 και 6.
Είναι $[3, 4, 6] = 12$ και $(3, 4, 6) = 1$
αλλά $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$.

64. Θα είναι $(30, 72, 54) = 6$. Άρα μπορεί να φτιάξει το πολύ 6 ομοιόμορφες ανθοδέσμες.

65. $[8, 10, 12] = 120$. Άρα ο αριθμός θα είναι $120 + 5 = 125$.

66. $[4, 5, 6] = 60$. Ο μικρότερος αριθμός των μαθητών είναι 60 και μπορεί να είναι οποιοδήποτε πολ/σιο του 60.

67. Για πρώτη φορά αυτό θα συμβεί μετά από [3, 5] = 15 ημέρες.

68. Αυτό θα συμβεί μετά από [2, 3, 5] = 30 λεπτά.

69. Χρησιμοποιούμε τη σχέση $(\alpha, \beta)\ [\alpha, \beta] = \alpha \cdot \beta$.

70. Αν $\rho = 2$ τότε ο $8\rho - 1$ δεν είναι πρώτος.
Αν $\rho \geq 3$ τότε θα είναι $\rho = 3\kappa + 1$ ή $\rho = 3\kappa + 2$
Για $\rho = 3\kappa + 1$ έχουμε $8\rho + 1 = 8\ (3\kappa + 1) + 1 = 24\kappa + 9 =$ πολ.3.
Για $\rho = 3\kappa + 2$ έχουμε $8\rho - 1 = 8\ (3\kappa + 2) \cdot 1 = 24\kappa + 15$, όχι πρώτος.

71. Ο αριθμός $(\nu + 1)!$ έχει παράγοντα τον αριθμό 2, άρα είναι άρτιος, επομένως ο $(\nu + 1)! + 1$ είναι περιττός.

72. Θα είναι $\rho = 3\kappa$, άτοπο, ή $\rho = 3\kappa + 1$ ή $\rho = 3\kappa + 2$. Άρα
$\rho^2 = (3\kappa + 1)^2 = 3\lambda + 1$ ή
$\rho^2 = (3\kappa + 2)^2 = 3\lambda + 1$

73. Είναι $(x_0, y_0) = (1, -1)$. Άρα $x = 1 - 3t$, $y = -1 - 2t$, $t \in Z$

74. Έχουμε $(x_0, y_0) = (3, -1)$. Άρα $x = 3 + 7t$, $y = -1 - 6t$, $t \in Z$

75. Έχουμε $(x_0, y_0) = (7, -1)$. Άρα $x = 7 + 5t$, $y = -1 - 3t$, $t \in Z$. Θέλουμε $x > 0$ και $y > 0$, από όπου έχουμε $t = -1$. Άρα $(x, y) = (2, 2)$.

76. Επειδή $(4, 8) = 2$ και ο 2 δεν διαιρεί τον 3, η εξίσωση είναι αδύνατη

77. Οι λύσεις της εξίσωσης είναι $x = -1 + 5t$, $y = 2 - 6t$, $t \in Z$. Θέλουμε $x < 0$ και $y > 0$, από όπου έχουμε $t \leq 0$.

78. Αν x είναι τα κέρματα των 10 δρχ. και y τα κέρματα των 20 δρχ., θα έχουμε $10x + 20y = 200 \Leftrightarrow x + 2y = 20$, με λύσεις $x = 4 + 2t$, $y = 8 - t$, $t \in Z$. Θέλουμε $x > 0$ και $y > 0$ από όπου έχουμε $t = -1, 0, 1... 7$.

79. **i)** Είναι $(71, 50) = 1$ και $1 = 71(-19) - 50(-27)$ άρα μία λύση είναι η $(x_0, y_0) = (-19, -27)$

ii) Ομοίως μία λύση είναι η $(x_0, y_0) = (3, -2)$

iii) Η εξίσωση είναι ισοδύναμη με την $27x + 21y = 1$. Επειδή $(27, 21) = 3$ και ο 3 δεν διαιρεί τον 1, η εξίσωση είναι αδύνατη.

80. Έστω $\delta = (\alpha, \beta)$ τότε δ/α και δ/β, άρα $\delta/\kappa\alpha$ και $\delta/\lambda\beta$. Επομένως $\delta/\kappa\alpha + \lambda\beta$, άρα η εξίσωση έχει λύση.

81. α) Είναι $(x_0, y_0) = (-2, 2)$. Άρα $x = -2 + 5t$, $y = 2 - 4t$, $t \in Z$.

β) Θέλουμε $x < 0$ και $y > 0$, από όπου έχουμε $t < \frac{2}{5}$. Άρα $x = -2 + 5t$, $y = 2 - 4t$, με $t \leq 0$.

82. Αν x είναι οι νίκες και y οι ισοπαλίες της ομάδας, θα έχουμε $3x + y = 38$, με $x > y > 0$. Είναι $(x_0, y_0) = (1, 3\ 5)$, $x = 1 + t$, $y = 35 - 3t$, $t \in Z$, $x > 0$ και $y > 0$, άρα $t = 0, 1, \ldots 11$. Επειδή θέλουμε $x > y$, είναι $t = 9$ ή 10 ή 11. Επειδή $y > 5$ τελικά έχουμε $t = 9$ με $x = 10$ και $y = 8$.

83. Αν x το πλήθος των λιρών σε μια πλευρά, τότε όλες οι λίρες θα είναι x^2. Αν $x = 3κ$ τότε $x^2 = 9κ^2$, δεν είναι της μορφής $3λ + 2$ (αφού περίσσεψαν 2 λίρες). Ομοίως για $x = 3κ + 1$ ή $x = 3κ + 2$. Άρα ο υπάλληλος δεν έλεγε την αλήθεια.