

## B. ΠΑΡΑΒΟΛΗ

### Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. \* Η παραβολή  $C: y = \frac{1}{8}x^2$ , έχει εστία  $E(0, 2)$  και διευθετούσα  $y = -2$ . Σ    Λ
2. \* Η ευθεία  $y = x$  είναι εφαπτόμενη της παραβολής  $C: x = \frac{1}{4}y^2$ . Σ    Λ
3. \* Αν η διευθετούσα μιας παραβολής είναι κατακόρυφη, τότε η εστία της βρίσκεται πάνω στον άξονα  $x'x$ , ή σε ευθεία παράλληλη στον  $x'x$ . Σ    Λ
4. \* Η καμπύλη  $y = ax^2 + bx + \gamma$ , με  $a \neq 0$  είναι παραβολή με διευθετούσα οριζόντια. Σ    Λ
5. \* Η παραβολή  $C: y = \frac{1}{4}x^2$  έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα  $x'x$ . Σ    Λ
6. \* Στην παραβολή με άξονα συμμετρίας τον  $x'x$ , αν το  $p$  είναι θετικό, τότε και το  $x$  είναι θετικό. Σ    Λ
7. \* Αν το σημείο  $(1, -2)$  ανήκει στην παραβολή  $C: x = \frac{1}{2p}y^2$ , τότε και το  $(1, 2)$  ανήκει στην ίδια παραβολή. Σ    Λ
8. \* Αν η παραβολή  $C: y = \frac{1}{2p}x^2$  περνά από το σημείο  $(2, 3)$ , τότε έχει διευθετούσα  $y = -\frac{1}{3}$ . Σ    Λ
9. \* Η παραβολή που έχει κορυφή το σημείο  $O(0, 0)$  και διευθετούσα  $x = -\frac{1}{36}$ , έχει εξίσωση την  $y^2 = \frac{1}{18}x$ . Σ    Λ
10. \* Η κορυφή παραβολής ισαπέχει από την εστία και την διευθετούσα αυτής. Σ    Λ

11. \* Αν  $M$  σημείο της παραβολής  $C: y = \frac{1}{2p}x^2$ , τότε το  $M$  ισαπέχει από την εστία  $E$  της παραβολής και από τον άξονα  $x'x$ . Σ    Λ

12. \* Η παραβολή  $C: y - y_0 = \frac{1}{2p}(x - x_0)^2$  έχει εστία το σημείο  $E\left(x_0, \frac{p}{2} + y_0\right)$ . Σ    Λ

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. \* Η παραβολή  $C: y^2 = 18x$ , έχει εστία το σημείο

A.  $E\left(0, \frac{9}{4}\right)$     B.  $E\left(\frac{9}{2}, 0\right)$     Γ.  $E\left(\frac{9}{3}, 0\right)$     Δ.  $E(9, 0)$     E.  $E(0, 9)$

2. \* Η παραβολή  $C: x^2 = y$  έχει διευθετούσα την ευθεία με εξίσωση

A.  $y = 8$     B.  $x = \frac{1}{4}$     Γ.  $y = -\frac{1}{4}$     Δ.  $x = -\frac{1}{4}$     E.  $y = \frac{1}{4}$

3. \* Η παραβολή  $C: y - 2 = \frac{1}{2p}\left(x + \frac{7}{2}\right)^2$  έχει κορυφή το σημείο

A.  $K\left(\frac{7}{2}, -2\right)$     B.  $K\left(-\frac{7}{2}, 2\right)$     Γ.  $K(-7, 2)$

Δ.  $K(14, 2)$     E.  $K\left(-2, \frac{7}{2}\right)$

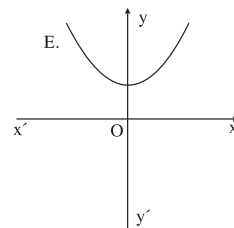
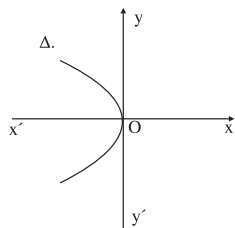
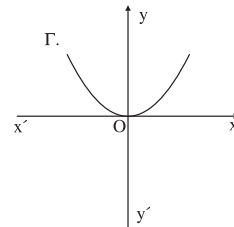
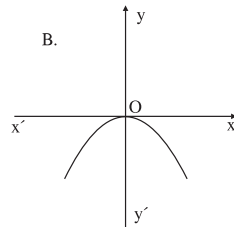
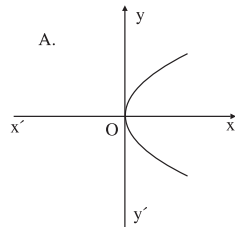
4. \* Η εφαπτόμενη της παραβολής  $C: x^2 = \frac{1}{3}y$  στο σημείο που έχει τετμημένη

$x = 3$ , έχει εξίσωση

A.  $3y + x = 27$     B.  $x + y - 2 = 0$     Γ.  $2x + 18y - 27 = 0$

Δ.  $y - 18x + 27 = 0$     E. καμία από αυτές

5. \* Η παραβολή C:  $x^2 = y$  αντιπροσωπεύεται από την καμπύλη



**Ερωτήσεις συμπλήρωσης**

1. \* Να συμπληρωθεί η Β στήλη, αν η κορυφή της παραβολής είναι το O (0, 0).

A στήλη ....., p	B στήλη εξίσωση παραβολής
1. Άξονα συμμετρίας τον $y'y$ , $p = 8$	
2. Άξονα συμμετρίας τον $x'x$ , $p = 8$	
3. Άξονα συμμετρίας τον $y'y$ , $p = -7$	
4. Άξονα συμμετρίας τον $x'x$ , $p = 7$	

2. \* Να συμπληρωθούν οι στήλες Β και Γ.

<b>Α στήλη</b> εξίσωση παραβολής	<b>Β στήλη</b> εξίσωση διευθετούσας	<b>Γ στήλη</b> εστία
$y^2 = 4x$		
$y^2 = -5x$		
$x^2 = 14y$		
$x^2 = y$		
$x = y^2$		

3. \* Να συμπληρωθεί η στήλη Β.

<b>Α στήλη</b> εστία Ε, εξίσωση διευθετούσας	<b>Β στήλη</b> εξίσωση παραβολής
E (0, 4), δ: $y + 4 = 0$	
E (-6, 0), δ: $x - 6 = 0$	
E (2, 0), δ: $x + 2 = 0$	
E (0,-3), δ: $y - 3 = 0$	

**Ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1. \*\* Να γίνει αντιστοίχιση μεταξύ των στοιχείων της στήλης Α του πίνακα (I) με τα αντίστοιχα στοιχεία της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

<b>Α στήλη εξίσωση παραβολής</b>	<b>Β στήλη εστία</b>
1. $x = \frac{1}{3}y^2$	Α. $E(0, -4)$
2. $y = -\frac{1}{16}x^2$	Β. $E\left(0, \frac{5}{4}\right)$
3. $x = -\frac{1}{8}y^2$	Γ. $E(-2, 0)$
4. $y = \frac{1}{5}x^2$	Δ. $E\left(\frac{3}{4}, 0\right)$
	Ε. $E\left(0, \frac{5}{2}\right)$

**Πίνακας (II)**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

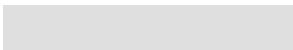
2. \*\* Να γίνει αντιστοίχιση μεταξύ των στοιχείων της στήλης Α του πίνακα (I) με τα αντίστοιχα στοιχεία της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

<b>A στήλη εξίσωση παραβολής</b>	<b>B στήλη διευθετούσα</b>
1. $y - 3 = \frac{1}{8}(x - 2)^2$	<b>A.</b> $y = 11$
2. $x + 5 = \frac{1}{4}(y - 1)^2$	<b>B.</b> $y = -11$
3. $y + \frac{1}{2} = \frac{1}{10}(x + 2)^2$	<b>Γ.</b> $y = 1$
4. $y + 7 = \frac{1}{16}(x - 3)^2$	<b>Δ.</b> $x = -6$
	<b>E.</b> $y = 3$
	<b>Z.</b> $y = -3$

**Πίνακας (II)**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>



**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

1. \*\* Δίνονται οι παραβολές  $C_1: y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $C_2: x = \frac{1}{2}y^2$  και  $C_3: y = -\frac{1}{2}x^2$  με κοινή κορυφή  $O(0, 0)$ . Αν  $A$  είναι το σημείο τομής των  $C_1, C_2$  και  $B$  των  $C_2, C_3$ :

**α)** να βρεθούν οι συντεταγμένες των  $A, B$

**β)** να δείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  είναι κάθετο στον άξονα  $x'x$ .

2. \*\* Δίνεται η παραβολή  $C: y = \frac{1}{4}x^2$  και το σημείο της  $M(2, 1)$ . Αν  $K$  είναι η προβολή του  $M$  στην διευθέτουσα:

**α)** να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $E$  και  $K$ , όπου  $E$  η εστία της παραβολής,

**β)** να βρείτε τις εξισώσεις της ευθείας  $EK$  και της μεσοκάθετου αυτής,

**γ)** να δείξετε ότι η μεσοκάθετος της  $EK$  είναι εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο  $M(2, 1)$ .

3. \*\* Έστω  $x = \frac{1}{2p}y^2$  η εξίσωση της παραβολής

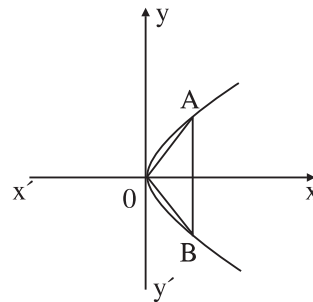
του σχήματος και  $AOB$  ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο με  $\hat{AOB} = 90^\circ$ .

**α)** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών  $OA, OB$ .

**β)** Να βρείτε τις συντεταγμένες των  $A$  και  $B$ .

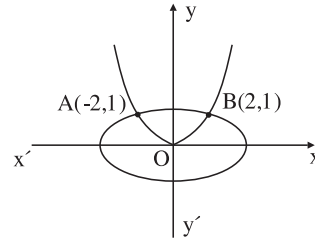
**γ)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .

**δ)** Να δείξετε ότι το  $AB$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σταθερό σημείο.

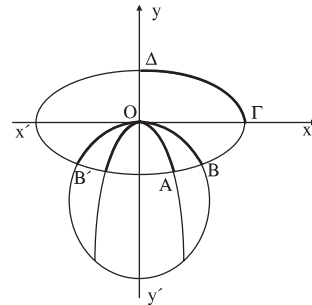


4. \* Η έλλειψη και η παραβολή του σχήματος έχουν κοινά σημεία A (-2, 1) και B (2, 1). Να βρείτε:

- α) Την εξίσωση της παραβολής.  
 β) Την εξίσωση της έλλειψης, αν  $a = 2β$ .  
 γ) Την εκκεντρότητα της έλλειψης.

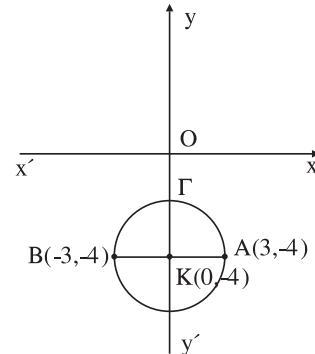


5. \*\* Δίνονται κύκλος, παραβολή και έλλειψη, με κοινά σημεία τα A (1, -2) και B (3, -1), όπως φαίνονται στο σχήμα. Το κέντρο του κύκλου βρίσκεται στον άξονα  $y'y$ . Σε μια αυτοκινητοβιομηχανία, στο τμήμα σχεδιασμού αμαξωμάτων, θέλουν να αντικαταστήσουν τις καμπύλες της μορφής OB με αυτές των ΔΓ και OA.



- α) Να γραφεί η εξίσωση της καμπύλης στην οποία ανήκει το OB.  
 β) Να γραφεί η εξίσωση της καμπύλης στην οποία ανήκει το OA.  
 γ) Να γραφεί η εξίσωση της καμπύλης στην οποία ανήκει το ΔΓ.

6. \*\* Η κάθετη τομή του θόλου ενός πλανηταρίου είναι ημικύκλιο BΓA, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο θόλος πρόκειται να αντικατασταθεί με άλλον του οποίου η αντίστοιχη διατομή να δίνει παραβολικό σχήμα με κορυφή O (0, 0) το οποίο είναι πιο ανθεκτικό σε φορτία, για παράδειγμα χιονιού κ.τ.λ. Να εξετάσετε αν η κατασκευή του καινούργιου τρούλου καλύπτει από πάνω την παλιά.



**Υπόδειξη:** Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που περνά από τα σημεία A (3, -4), B (-3, -4), και έχει κορυφή την αρχή των αξόνων. Στη συνέχεια να εξετάσετε ως προς τα κοινά σημεία τον κύκλο και την παραβολή.

7. \*\*\* Έστω παραβολή συμμετρική ως προς τον άξονα  $x'x$  που περνά από τα σημεία A (0, 8), B (0, -8). Αυτή η καμπύλη ορίζει στον ημιάξονα  $Ox$  τμήμα 8 μονάδων. Να γράψετε την εξίσωση της καμπύλης.