

**Δ. ΥΠΕΡΒΟΛΗ**

**Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»**

1. \* Η εξίσωση  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  παριστάνει υπερβολή. Σ    Λ
2. \* Η εξίσωση  $x^2 - y^2 = 1$  παριστάνει ισοσκελή υπερβολή. Σ    Λ
3. \* Η υπερβολή C:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  έχει κορυφές τα σημεία  
A' (-α, 0) και A (α, 0). Σ    Λ
4. \* Η υπερβολή C:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  έχει εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{1}{2}$ . Σ    Λ
5. \* Η εστιακή απόσταση της υπερβολής C:  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  είναι  
(E' E) = 10. Σ    Λ
6. \* Η εκκεντρότητα της υπερβολής C:  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  είναι  $\varepsilon = \frac{5}{3}$ . Σ    Λ
7. \* Η ευθεία  $x = 3$  είναι εφαπτομένη της υπερβολής  
C:  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Σ    Λ
8. \* Η ευθεία  $y = \frac{3}{4}x$  είναι ασύμπτωτη της υπερβολής  
C:  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Σ    Λ
9. \* Η υπερβολή  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  έχει κορυφές τα σημεία  
A' (0, -α) και A (0, α). Σ    Λ
10. \* Η εξίσωση  $y = \frac{a}{x}$ ,  $x \neq 0$  παριστάνει υπερβολή. Σ    Λ
11. \* Οι εφαπτόμενες μιας υπερβολής στις κορυφές της είναι  
παράλληλες ευθείες. Σ    Λ

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. \* Έστω  $E'$  και  $E$  δύο σταθερά σημεία του επιπέδου. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου για τα οποία ισχύει  $|ME' - ME| = 2a > 0$  ονομάζεται
- A. παραβολή      B. κύκλος      Γ. υπερβολή  
Δ. έλλειψη      E. μεσοκάθετος του  $E'E$
2. \*\* Οι εστίες  $E'$  και  $E$  μιας υπερβολής βρίσκονται πάνω στον άξονα  $x'x$  ενός ορθοκανονικού συστήματος  $xOy$  και είναι συμμετρικές ως προς το κέντρο  $O$ . Η υπερβολή διέρχεται από το  $K(4, \sqrt{3})$  και μια κορυφή της είναι το  $A(-2, 0)$ . Από τα παρακάτω σημεία δεν ανήκει στην υπερβολή το
- A.  $(-4, \sqrt{3})$       B.  $(4, -\sqrt{3})$       Γ.  $(2, 3)$       Δ.  $(-4, -\sqrt{3})$       E.  $(2, 0)$
3. \* Η εστιακή απόσταση της υπερβολής  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  είναι
- A.  $\sqrt{5}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       Γ.  $2\sqrt{5}$       Δ. 5      E. 25
4. \* Η εκκεντρότητα της ισοσκελούς υπερβολής είναι
- A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       Γ. 1      Δ.  $\sqrt{2}$       E.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. \*\* Η ευθεία  $y = \lambda x$  τέμνει την υπερβολή  $C: x^2 - y^2 = 1$  αν
- A.  $\lambda = 1$       B.  $\lambda = -1$       Γ.  $\lambda < 1$       Δ.  $\lambda > 1$       E.  $-1 < \lambda < 1$

**Ερώτηση συμπλήρωσης**

1. \* Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

εξίσωση υπερβολής	α	β	γ	συν/νες εστιών		εστιακή απόσταση Ε'Ε	εκκεντρότητα	συν/νες κορυφών	
				Ε'	Ε				
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$									
$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{64} = 1$									

**Ερώτηση αντιστοίχισης**

1. \* Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση υπερβολής της στήλη Α του πίνακα (I) την εκκεντρότητά της στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	α. $\frac{\sqrt{17}}{4}$
2. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$	β. $\frac{\sqrt{17}}{3}$
3. $\frac{y^2}{16} - x^2 = 1$	γ. $\frac{5}{3}$
	δ. $\frac{\sqrt{13}}{3}$
	ε. $\frac{3}{5}$

**Πίνακας (II)**

1	2	3

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

- \* Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής με εστίες  $E'(-\sqrt{5}, 0)$ ,  $E(\sqrt{5}, 0)$  και εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .
- \* Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που έχει τις εστίες στον άξονα  $x'x$  και διέρχεται από τα σημεία  $K(3, 1)$  και  $\Lambda(9, 5)$ .
- \* Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής, αν η απόσταση των κορυφών της είναι  $(A'A) = 8$  και οι εστίες της είναι  $E'(-5, 0)$  και  $E(5, 0)$ .
- \* Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής με εστίες πάνω στον άξονα  $y'y$  αν η εστιακή απόσταση  $(E'E) = 24$  και η απόσταση των κορυφών της  $(A'A) = 12$ .
- \*\* Δίνεται η υπερβολή με εξίσωση  $x^2 - y^2 = 8$ . Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της υπερβολής στο σημείο  $(3, -1)$ .
- \*\* Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $xOy$  δίνεται το σημείο  $M\left(\frac{\alpha}{\sin\theta}, \beta\cos\theta\right)$ ,  $\alpha, \beta > 0$ ,  $\theta \in [0, 2\pi)$  με  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$  και  $\theta \neq \frac{3\pi}{2}$ .

  - Να γράψετε το διάνυσμα θέσης του σημείου  $M$ .
  - Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $M$  κινούνται σε υπερβολή, της οποίας να βρείτε την εκκεντρότητα.
- \*\* Δίνεται η υπερβολή  $C: \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ , της οποίας οι ασύμπτωτες είναι κάθετες.

  - Να βρείτε την εκκεντρότητα.
  - Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C$  στο σημείο της  $(3, 1)$ .

8. \*\*\* Δυο αυτοκίνητα είναι σταματημένα σε δύο σημεία A, B ενός αυτοκινητόδρομου με  $(AB) = 2000 \text{ m}$ . Ένα τζιπ κινείται σε χωματόδρομο παράλληλο προς τον αυτοκινητόδρομο και σε απόσταση  $1000 \text{ m}$  από αυτόν. Ο οδηγός του τζιπ, λόγω χιονοθύελλας, χάνει την οπτική επαφή με τα δύο αυτοκίνητα, οπότε κορνάρει και ο οδηγός στη θέση B ακούει τον ήχο  $4 \text{ sec}$  αργότερα από τον οδηγό στη θέση A. Να πάρετε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με αρχή το μέσο του AB και άξονα  $x'x$  την ευθεία AB και να προσδιορίσετε τη θέση του τζιπ.

*Δίνονται:* η ταχύτητα του ήχου στον αέρα ( $330 \text{ m/s}$ ) και  
διάστημα = (ταχύτητα) x (χρόνος)