ΣΧΕΔΙΑ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ
(Κεφάλαιο 4ο: Κωνικές τομές)

Τα κριτήρια αξιολόγησης που ακολουθούν είναι ενδεικτικά. Ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα διαμόρφωσής τους σε ενιαία θέματα, επιλογής ή τροποποίησης των θεμάτων, ανάλογα με τις διδακτικές ανάγκες του συγκεκριμένου τμήματος στο οποίο απευθύνεται.

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή	
Διδακτική ενότητα:	***Κύκλος***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Να δώσετε τον ορισμό του κύκλου.

β) Αν Οxy είναι ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων, να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο Κ (x_0, y_0) και ακτίνα ρ.

γ) Να δείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου μπορεί να γραφεί στην μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, Α, Β, Γ $\in$ R.

Β. Δίνονται τα σημεία Α (-1, 10) και Β (7, -2).

α) Να υπολογίσετε την απόσταση (ΑΒ).

β) Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο Α (-1, 10) και ακτίνα ρ = (ΑΒ).

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

ΘΕΜΑ 2ο

α) Η εξίσωση $(\lambda-1)x^2 + y^2 - 2\lambda x + 4y + 3xy + \lambda^2 = 25$ παριστάνει κύκλο αν ο λ ισούται με

Α. 0 **Β.** 1 **Γ.** -1 **Δ.** 2 **Ε.** δεν υπάρχει $\lambda \in R$

β) Το κέντρο του κύκλου $(-x+2)^2 + (-3-y)^2 = 25$ είναι το

Α. (2,-3) **Β.** (-2,3) **Γ.** (-2,-3) **Δ.** (2,3)

Ε. Κανένα από τα παραπάνω

γ) Δίνονται τα σημεία του επιπέδου Α (-1, 2), Β (5, 6), Γ (3, 2), Δ (4, 7) και Ε (-5, 2). Βάλτε σε έναν κύκλο την τριάδα των σημείων που δεν ορίζουν κύκλο.

Α. (Α, Β, Δ) **Β.** (Α, Γ, Β) **Γ.** (Α, Γ, Ε) **Δ.** (Ε, Δ, Β) **Ε.** (Γ, Δ, Β)

δ) Δίνεται ο κύκλος C: $(x-3)^2+(y-2)^2=1$. Από τις παρακάτω ευθείες, εφαπτομένη του κύκλου είναι η ευθεία με εξίσωση

Α. x = -4 **Β.** x = 4 **Γ.** y = 4 **Δ.** y = -4 **Ε.** y = x

ε) Κύκλος έχει κέντρο Κ (x_0, y_0) και μεταβλητή ακτίνα ρ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη σχέση που ικανοποιεί η ακτίνα ρ ώστε

i) Ο κύκλος εφάπτεται στον άξονα x΄x.....

ii) Ο κύκλος εφάπτεται στον άξονα y΄y.....

iii) Ο κύκλος εφάπτεται και στους δύο άξονες.....

iv) Ο κύκλος διέρχεται από την αρχή των αξόνων.....

v) Ο κύκλος τέμνει τους άξονες σε τέσσερα σημεία.....

2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή	
Διδακτική ενότητα:	***Κύκλος***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Δίνονται οι κύκλοι

C_1: $x^2 + y^2 + A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0$, C_2: $x^2 + y^2 + A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0$.

Ποιες είναι οι περιπτώσεις που μπορεί να εμφανιστούν ως προς τις θέσεις των δύο κύκλων; Να γίνουν σχήματα.

Β. Να εξετάσετε αν η ευθεία με εξίσωση $x + y = 1$ είναι εφαπτομένη του κύκλου C: $x^2 + y^2 = 1$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέτρου του κύκλου C: $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ που είναι παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση $x + y + 1 = 0$.

Β. α) Η εξίσωση της διαμέτρου του κύκλου C: $x^2 + (y - 2)^2 = 4$, που είναι παράλληλη στην ευθεία ε: $x + y + 1 = 0$, είναι η

Α. $2x + y - 1 = 0$ **Β.** $x = y$ **Γ.** $x = - y$

Δ. $y + x - 2 = 0$ **Ε.** $-y + 2x = 0$

β) Ο κύκλος C με εξίσωση $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, τέμνει τους άξονες σε 4 σημεία, αν

Α. $\alpha < R$ και $\beta > R$ **Β.** μόνο $\beta < R$ **Γ.** μόνο $\alpha > R$

Δ. μόνο $\beta > R$ **Ε.** $\alpha < R$ και $\beta < R$

γ) Ο κύκλος με εξίσωση $x^2 + (y - \lambda)^2 = 4$ τέμνει τον άξονα x΄x σε δύο σημεία αν

Α. $\lambda \in R$ **Β.** μόνο για $\lambda > 2$ **Γ.** μόνο για $\lambda < - 2$

Δ. $- 2 < \lambda < 2$ **Ε.** $\lambda = 2$ ή $\lambda = - 2$

δ) Δίνεται κύκλος κέντρου Κ (-4, 1) και το σημείο του Α (-3, 4). Οι συντεταγμένες του αντιδιαμετρικού του Α είναι

Α. (5, 6) **Β.** (- 5, - 2) **Γ.** (5, - 6) **Δ.** (- 5, - 6) **Ε.** (5, 10)

ε) Η ευθεία $y = \lambda x + 4$ είναι εφαπτομένη του κύκλου C: $x^2 + y^2 = 8$. Το λ μπορεί να είναι ίσο με

Α. 2 **Β.** $\frac{1}{2}$ **Γ.** $-\frac{1}{2}$ **Δ.** - 1 **Ε.** 4

3ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή	
Διδακτική ενότητα:	***Παραβολή***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής και να βρείτε την εξίσωσή της με κορυφή την αρχή των αξόνων Ο (0, 0), εστία Ε (0, $\frac{p}{2}$) και διευθετούσα την ευθεία με εξίσωση $y = -\frac{p}{2}$.

Β. Αν η παραβολή C: $y = \frac{1}{2p}x^2$ περνά από το σημείο (2, 3), να βρείτε την εξίσωση της διευθετούσας της C, καθώς και την εστία της.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι παραβολές C_1: $y = \frac{1}{2}x^2$, C_2: $x = \frac{1}{2}y^2$, C_3: $y = -\frac{1}{2}x^2$. Έστω Α το κοινό σημείο της πρώτης και της δεύτερης παραβολής και Β το κοινό σημείο της δεύτερης και της τρίτης παραβολής. Τα σημεία Α, Β είναι διαφορετικά της κοινής κορυφής Ο (0, 0).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των Α, Β.

β) Να δείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι κάθετο στον άξονα x΄x.

4ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή	
Διδακτική ενότητα:	***Έλλειψη - Υπερβολή***

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Να δώσετε τον ορισμό της εκκεντρότητας της έλλειψης και να βρείτε τη σχέση που τη συνδέει με τους άξονες της έλλειψης.

β) Ποιες ελλείψεις λέγονται όμοιες;

Β. α) Να εξετάσετε αν το σημείο Μ (3συνφ, - 2ημφ) $\varphi \in [0, 2\pi)$ ανήκει στην έλλειψη C: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

β) Να δείξετε ότι οι ελλείψεις C_1: $9x^2 + y^2 = 9$ και C_2: $x^2 + 9y^2 = 9$ τέμνονται σε δύο σημεία από τα οποία περνά ο κύκλος C: $x^2 + y^2 = \frac{9}{5}$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α. α) Για την υπερβολή C: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ισχύει

Α. τέμνει τον άξονα y΄y

Β. τέμνει την ευθεία y = x

Γ. τέμνει τον κύκλο $x^2 + y^2 = 1$

Δ. τέμνει τον άξονα x΄x

Ε. κανένα από τα προηγούμενα

β) Αν σε μια υπερβολή ισχύει α = β, τότε η εκκεντρότητά της είναι

Α. 0 **Β.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **Γ.** $2\sqrt{2}$ **Δ.** αβ **Ε.** $\sqrt{2}$

Β. α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της υπερβολής C: $x^2 - y^2 = 1$, η οποία περνά από το Μ (0, 1).

β) Να εξετάσετε αν η έλλειψη C_1: $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ και η υπερβολή C_2: $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ έχουν τις ίδιες εστίες.

ΘΕΜΑ 3ο

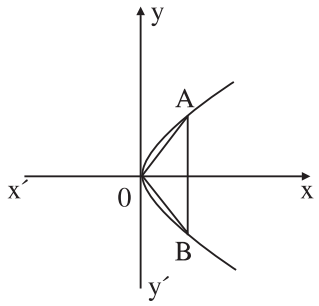
Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με κορυφές Α (1, 4), Β (4, 4), Γ (4, 1), Δ (1, 1). Αφού σχεδιάσετε τον εγγεγραμμένο και περιγεγραμμένο κύκλο, να βρείτε:

α) τις εξισώσεις αυτών των κύκλων,

β) τη μικρότερη απόσταση του άξονα y΄y από τον περιγεγραμμένο κύκλο.

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $x = \frac{1}{2p}y^2$ η εξίσωση της παραβολής του διπλανού σχήματος και ΑΟΒ ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο με γωνία ΑΟΒ = 90°.



Να βρείτε:

α) τις εξισώσεις των ευθειών ΟΑ, ΟΒ

β) τις συντεταγμένες των Α, Β

γ) την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.

δ) Να δείξετε ότι η ευθεία ΑΒ τέμνει τον άξονα x΄x σε σταθερό σημείο.