

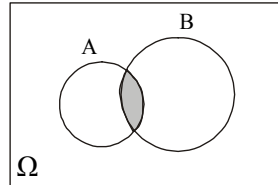
## Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1. * Αν $\Omega$ είναι δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, τότε $P(\Omega) = 1$ .  | Σ | Λ |
| 2. * Αν $A$ είναι ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης τότε, $0 \leq P(A) \leq 1$ .   | Σ | Λ |
| 3. * Για το αδύνατο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ισχύει $P(\emptyset) = 0$ .  | Σ | Λ |
| 4. * Δειγματικός χώρος λέγεται το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης.  | Σ | Λ |
| 5. * Το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης είναι στοιχείο του δειγματικού χώρου του πειράματος.   | Σ | Λ |
| 6. * Ένα αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης λέγεται απλό ενδεχόμενο ή γεγονός.  | Σ | Λ |
| 7. * Ο δειγματικός χώρος $\Omega$ ενός πειράματος τύχης είναι βέβαιο ενδεχόμενο.  | Σ | Λ |
| 8. * Αν $\Omega$ είναι ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, τότε ονομάζουμε ενδεχόμενο του πειράματος κάθε υποσύνολο του $\Omega$ . | Σ | Λ |
| 9. * Ο ίδιος ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι και αυτός ένα ενδεχόμενο.  | Σ | Λ |
| 10. * Οι ευνοϊκές περιπτώσεις για ένα ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης είναι στοιχεία του δειγματικού του χώρου.                          | Σ | Λ |
| 11. * Με $N(A)$ συμβολίζουμε όλα τα δυνατά υποσύνολα ενός ενδεχομένου $A$ .   | Σ | Λ |
| 12. * Το συμπλήρωμα $A'$ οποιουδήποτε ενδεχομένου $A$ ενός πειράματος τύχης είναι επίσης ενδεχόμενο αυτού του                             |   |   |

πειράματος.

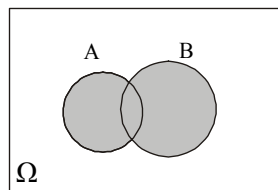
Σ Λ

13. \* Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο  $A \cup B$ .



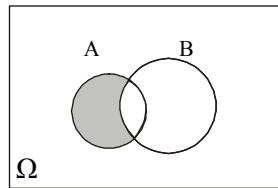
Σ Λ

14. \* Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο  $A \cup B$ .



Σ Λ

15. \* Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο  $B - A$ .



Σ Λ

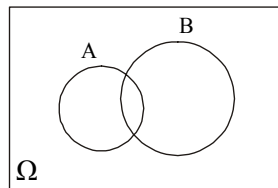
16. \* Αν  $A, B$  είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο  $\Omega$ , τότε ισχύει η ισότητα  $A - B = A \cap B'$ .

Σ Λ

17. \* Αν  $A, B$  ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο  $\Omega$  τότε ισχύει η ισότητα  $B \cup A = (B - A) \cup (A - B)$ .

Σ Λ

18. \* Στο διπλανό σχήμα τα ενδεχόμενα  $A, B$  είναι ασυμβίβαστα.



Σ Λ

19. \* Δύο ενδεχόμενα λέγονται ασυμβίβαστα όταν  $A \cap B = \emptyset$ .

Σ Λ

20. \* Τα ενδεχόμενα  $A = \{1, 4, 7\}$ ,  $B = \{4, 7, 11\}$  είναι ξένα μεταξύ τους.

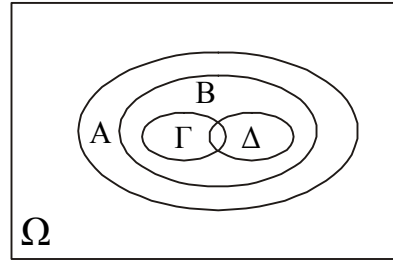
Σ Λ

21. \* Αν το ενδεχόμενο  $B = \{2, 4, 6\}$ , τότε  $N(B) = 3$ .

Σ Λ

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 22. * Αν $A$ είναι το ενδεχόμενο να τραβήξουμε μια ντάμα από μια τράπουλα, τότε $N(A) = 2$ .  | Σ | Λ |
| 23. * Οι εκφράσεις: «πραγματοποιείται το ενδεχόμενο $A$ ή το $B$ » και «πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα $A$ και $B$ » είναι ισοδύναμες.                  | Σ | Λ |
| 24. * Το κενό σύνολο δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση ενός πειράματος τύχης.  | Σ | Λ |
| 25. * Το κενό σύνολο είναι βέβαιο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης.   | Σ | Λ |
| 26. * Ενδεχόμενα τα οποία περιέχουν τουλάχιστον δύο αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης λέγονται σύνθετα.  | Σ | Λ |
| 27. * Ενδεχόμενα τα οποία περιέχουν ένα μόνο αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης λέγονται απλά ενδεχόμενα.   | Σ | Λ |
| 28. * Αν σε $n$ εκτελέσεις ενός πειράματος τύχης ένα ενδεχόμενο $A$ πραγματοποιείται $k$ φορές, τότε ο λόγος $f_A = \frac{k}{n}$ λέγεται σχετική συχνότητα του ενδεχομένου. | Σ | Λ |
| 29. * Για τη σχετική συχνότητα $f_A$ ενός ενδεχομένου $A$ ισχύει $f_A > 1$ .  | Σ | Λ |

30. \* Οι σχέσεις από (i) μέχρι (xv) αναφέρονται στο διπλανό διάγραμμα του Venn. Βάλτε σε κύκλο το γράμμα (Σ) ή (Λ) αντίστοιχα αν η σχέση είναι σωστή ή λάθος.



- |   |          |           |
|---|----------|-----------|
| i) $A \subseteq B$                      | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| ii) $B \subseteq A$                     | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| iii) $\Gamma \subseteq B$               | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| iv) $\Delta \subseteq \Gamma$           | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| v) $\Gamma \cup \Delta \subseteq A$     | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| vi) $\Gamma \cup \Delta \subseteq B$    | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| vii) $\Gamma \cap \Delta \subseteq A$   | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| viii) $B \cup \Gamma = B$               | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| ix) $B \cup \Gamma \cup \Delta = A$     | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| x) $A \cup B = B$                       | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| xi) $A \cap B = B$                      | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| xii) $(\Gamma \cap \Delta) \cup A = A$  | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| xiii) $(\Gamma \cap \Delta) \cap A = B$ | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| xiv) $B \cap \Delta = \Delta$           | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
| xv) $(\Gamma \cap B) \cap A = \Gamma$   | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
31. \* Σε ένα πείραμα τύχης με ισοπίθανα αποτελέσματα και δειγματικό χώρο  $\Omega$  η πιθανότητα του ενδεχομένου  $A$  είναι ο αριθμός  $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$ .
- |  |          |           |
|--|----------|-----------|
|  | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
|--|----------|-----------|
32. \* Το πλήθος των διατάξεων των  $v$  ανά  $\kappa$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  δίνεται από τον τύπο:
- |  |          |           |
|--|----------|-----------|
| $\Delta_{\kappa}^v = v(v-1)(v-2) \dots (v-\kappa+1)$ . | $\Sigma$ | $\Lambda$ |
|--|----------|-----------|

33. \* Δύο διατάξεις των  $n$  ανά  $k$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  είναι ίσες αν διαφέρουν μόνο ως προς τη θέση που κατέχουν τα στοιχεία τους. Σ Λ
34. \* Μια διάταξη των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $n$  λέγεται μετάθεση. Σ Λ
35. \* Το πλήθος των μεταθέσεων των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  συμβολίζεται με  $M_n$  και δίνεται από τον τύπο:  
 $M_n = n(n-1)(n-2) \dots$  3.2.1. Σ Λ
36. \* Το πλήθος  $M_n$  των μεταθέσεων  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  είναι ίσο με  $n!$ . Σ Λ
37. \* Στον τύπο  $\Delta_{\kappa}^n = \frac{n!}{(n-\kappa)!}$  το  $\kappa$  είναι πάντα διάφορο του  $n$ . Σ Λ
38. \* Για το σύμβολο  $n!$  ισχύουν οι ισότητες:  
 $n! = (n-1)! \cdot n$ ,  $n = (n-2)! \cdot (n-1) \cdot n$ ,  $n = (n-3)! \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$ . Σ Λ
39. \* Για το σύμβολο  $(n+\kappa)!$ , ( $\kappa \in \mathbb{N}^*$ ) ισχύει η ισότητα:  
 $(n+\kappa)! = n! \cdot (n+1) \cdot (n+2) \dots (n+\kappa)$ . Σ Λ
40. \* Δύο μεταθέσεις είναι διαφορετικές όταν διαφέρουν ως προς τη θέση ενός τουλάχιστον στοιχείου τους. Σ Λ
41. \* Το  $0!$  δεν ορίζεται. Σ Λ
42. \* Δύο διατάξεις οι οποίες αποτελούνται από τα ίδια ακριβώς στοιχεία αλλά διαφέρουν ως προς τη σειρά που αυτά είναι τοποθετημένα είναι διαφορετικές. Σ Λ
43. \* Το  $1!$  είναι ίσο με  $1$ . Σ Λ
44. \* Συνδυασμός των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $k$  είναι κάθε υποσύνολο του  $A$  με  $k$  στοιχεία. Σ Λ
45. \* Δύο συνδυασμοί των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $k$  είναι ίσοι αν αποτελούνται από διαφορετικά στοιχεία. Σ Λ
46. \* Δύο συνδυασμοί των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $k$  είναι ίσοι αν αποτελούνται από τα ίδια ακριβώς στοιχεία. Σ Λ
47. \* Δύο συνδυασμοί των  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $k$  είναι διαφορετικοί αν διαφέρουν κατά ένα τουλάχιστον στοιχείο. Σ Λ

48. \* Σε ένα συνδυασμό  $n$  στοιχείων ενός συνόλου  $A$  ανά  $k$  ισχύει ο περιορισμός  $n \leq k$ . Σ    Λ
49. \* Ο πολλαπλασιαστικός νόμος των πιθανοτήτων είναι:  
 $P(A \cap B) = P(A) P(B|A) = P(B) P(A|B)$  Σ    Λ
50. \* Ανεξάρτητα ενδεχόμενα είναι εκείνα για τα οποία η πραγματοποίηση ή μη του ενός δεν επηρεάζει την πιθανότητα πραγματοποίησης ή μη του άλλου. Σ    Λ
51. \* Δυο ενδεχόμενα που δεν είναι ανεξάρτητα λέγονται αμοιβαίως αποκλειόμενα. Σ    Λ
52. \* Δυο συμβιβαστά ενδεχόμενα είναι πάντα εξαρτημένα. Σ    Λ
53. \* Δυο ενδεχόμενα  $A, B$  (με  $P(A) > 0$  και  $P(B) > 0$ ) για τα οποία ισχύει  $P(A|B) = P(A)$  και  $P(B|A) = P(B)$  λέγονται ανεξάρτητα. Σ    Λ
54. \* Δυο ενδεχόμενα  $A, B$  για τα οποία ισχύει  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$  λέγονται εξαρτημένα. Σ    Λ

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. \* Ρίχνουμε μια φορά έναν κύβο ο οποίος έχει καθέναν από τους αριθμούς 1, 2, 3 γραμμένους αντίστοιχα ανά δύο έδρες του και καταγράφουμε το αποτέλεσμα. Ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του πειράματος αυτού είναι
- A.  $\Omega = \{3\}$ .                      B.  $\Omega = \{1, 2, 3\}$ .                      Γ.  $\Omega = \{1,1, 2,2, 3,3\}$ .  
Δ.  $\Omega = \{1,1, 1,2, 1,3, 2,1, 2,2, 2,3, 3,3\}$ .                      E.  $\{1,2, 2,1, 1,3, 3,1\}$ .
2. \* Ρίχνουμε ένα νόμισμα δυο φορές. Ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του πειράματος αυτού είναι
- A.  $\Omega = \{KK, KG, GK, GG\}$ .                      B.  $\Omega = \{KG, GK\}$ .  
Γ.  $\Omega = \{GK, KG\}$ .                      Δ.  $\Omega = \{KK, GG\}$ .  
E. κανένα από τα παραπάνω.

3. \* Ελέγχουμε διαδοχικά βιβλία μέχρι να βρούμε ένα κακοτυπωμένο (Κ) ή δύο σωστά τυπωμένα (Σ). Ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του πειράματος είναι  
**A.**  $\Omega = \{K, \Sigma\}$ .                      **B.**  $\Omega = \{KK, K\Sigma\}$ .  
**Γ.**  $\Omega = \{KK, \Sigma\Sigma\}$ .                      **Δ.**  $\Omega = \{K, \Sigma K, \Sigma\Sigma\}$ .                      **E.**  $\{K, \Sigma\Sigma\}$ .
4. \* Έστω  $A = \{1, 3, 5\}$  και  $B = \{2, 4, 6\}$  δύο ενδεχόμενα της ρίψης ενός ζαριού μια φορά. Αν το αποτέλεσμα της ρίψης είναι ο αριθμός 3 τότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο  
**A.**  $A \cup B$ .                      **B.**  $A'$ .                      **Γ.**  $B$ .                      **Δ.**  $A \cap B$ .                      **E.**  $B' \cap A'$ .
5. \* Τα  $A$  και  $B$  είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης και  $a$  ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού. Η φράση «**το A πραγματοποιείται**» διατυπωμένη σε γλώσσα συνόλων είναι ισοδύναμη με την  
**A.**  $a \in A'$ .                      **B.**  $a \in A' - B$ .                      **Γ.**  $a \in A' \cup B$ .                      **Δ.**  $a \in A$ .  
**E.** κανένα από τα παραπάνω.
6. \* Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα  $A$  και  $A'$  ισχύει  
**A.**  $P(A) + P(A') = 0$ .                      **B.**  $P(A) + P(A') = 2$ .  
**Γ.**  $P(A) + P(A') = 1$ .                      **Δ.**  $P(A) = -P(A')$ .  
**E.** κανένα από τα παραπάνω.
7. \* Το ενδεχόμενο  $A$  να εμφανιστεί αριθμός μεγαλύτερος του 6 κατά τη ρίψη ενός συνήθους ζαριού μια φορά είναι  
**A.**  $A = \{1,3,5\}$ .                      **B.**  $A = \{x: x \geq 6\}$ .                      **Γ.**  $A = \{2,4,6\}$ .  
**Δ.**  $A = \{x: x > 6\}$ .                      **E.**  $A = \emptyset$ .
8. \* Αν  $f_A$  η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου  $A$  τότε  
**A.**  $1 < f_A < 2$ .                      **B.**  $f_A > 1$ .                      **Γ.**  $f_A < 0$ .  
**Δ.**  $0 \leq f_A \leq 1$ .                      **E.** κανένα από τα παραπάνω.

9. \* Από τις παρακάτω ισότητες **σωστή** είναι η
- A.**  $A \cap \emptyset = A$ .      **B.**  $A' \cap A = \Omega$ .      **Γ.**  $A \cap B = A \cup B$ .  
**Δ.**  $\Omega' = \Omega$ .      **E.**  $(A')' = A$ .
10. \* Αν A είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε περιττό αριθμό στις ρίψεις ενός αμερόληπτου ζαριού, τότε η συχνότητα εμφάνισής του αναμένεται να είναι
- A.**  $\frac{2}{3}$ .      **B.**  $\frac{1}{6}$ .      **Γ.**  $\frac{1}{2}$ .      **Δ.**  $\frac{1}{3}$ .      **E.** 1.
11. \* Έστω δειγματικός χώρος  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$  με ισοπίθανα ενδεχόμενα. Η πιθανότητα  $P(\omega_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , ενός στοιχείου του  $\Omega$  είναι
- A.**  $\frac{1}{2}$ .      **B.**  $\frac{1}{k}$ .      **Γ.** k.      **Δ.** 1.      **E.**  $\frac{1}{2k}$ .
12. \* Για την πιθανότητα  $P(A)$  κάθε ενδεχομένου A ενός πειράματος τύχης ισχύει
- A.**  $1 < P(A) < 2$ .      **B.**  $P(A) > 1$ .      **Γ.**  $P(A) < 0$ .  
**Δ.**  $0 \leq P(A) < 1$ .      **E.** κανένα από τα παραπάνω.
13. \* Ο απλός προσθετικός νόμος των πιθανοτήτων για δύο ξένα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B είναι
- A.**  $P(A) + P(B) = P(A \cap B)$ .      **B.**  $P(A) + P(B') = P(A \cup B)$ .  
**Γ.**  $P(A) + P(B) = P(A \cup B)$ .      **Δ.**  $P(A) - P(B) = P(A \cup B)$ .  
**E.**  $P(A)P(B) = P(A \cup B)$ .
14. \* Ο προσθετικός νόμος των πιθανοτήτων για δύο ενδεχόμενα A και B είναι ισοδύναμος με την ισότητα
- A.**  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ .  
**B.**  $P(A \cup B) = P(A) - [P(B) + P(A \cap B)]$ .  
**Γ.**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A' \cap B')$ .  
**Δ.**  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ .  
**E.** κανένα από τα παραπάνω.



15. \* Η έκφραση: «η πραγματοποίηση του ενδεχομένου **A** συνεπάγεται την πραγματοποίηση του ενδεχομένου **B**» διατυπωμένη στη γλώσσα των συνόλων είναι ισοδύναμη με την σχέση

- A.  $B \subseteq A$ .                      B.  $N(A) \geq N(B)$ .                      Γ.  $P(A) + P(B) = 2$ .  
 Δ.  $A \cup B = \emptyset$ .                      E.  $A \cap B = A$ .

16. \* Αν δύο ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ικανοποιούν την συνολοθεωρητική σχέση  $A \subseteq B$ , τότε

- A.  $P(A) > P(B)$ .                      B.  $\frac{P(A)}{P(B)} < 0$ .                      Γ.  $P(A) \leq P(B)$ .  
 Δ.  $P(A) + P(B) = -1$ .                      E. κανένα από τα παραπάνω.

17. \* Αν  $A, B$  είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα με  $P(A) = 0,4$  και  $P(B) = 0,6$  τότε ισχύει

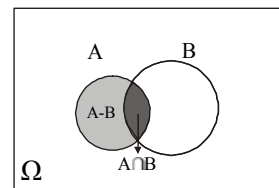
- A.  $P(A \cap B) = 1$ .                      B.  $P(A \cup B) = 1$ .                      Γ.  $P(A \cap B) = 0,2$ .  
 Δ.  $P(A \cup B) = 0,4$ .                      E.  $P(A \cup B) = 0,6$ .

18. \* Αν  $A \subseteq B$  ( $A, B$  ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ ), τότε δεν ισχύει

- A.  $P(A) = 0,3$  και  $P(B) = 0,7$ .                      B.  $P(B') + P(B) = 1$ .  
 Γ.  $P(A) = 0,6$  και  $P(B) = 0,4$ .                      Δ.  $P(A) + P(A') = 1$ .  
 E.  $P(A) = 0,5$  και  $P(B) = 0,5$ .

19. \* Για τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  (βλ. σχήμα) ισχύει

- A.  $P(A - B) = P(A) + P(A \cup B)$ .  
 B.  $P(A - B) = P(A) - P(A \cup B)$ .  
 Γ.  $P(A - B) = P(B) + P(A)$ .  
 Δ.  $P(A - B) = P(A) - P(B)$ .  
 E.  $P(A - B) + P(A \cap B) = P(A)$ .



20. \* Το πλήθος των μεταθέσεων  $M_3$  ενός κόκκινου, ενός λευκού και ενός γαλάζιου τετραδίου είναι  
**A.**  $3(3-1)(3-2)(3-3)$ .    **B.**  $(3-3)(3-2)(3-1)$ .  
**Γ.** 3.    **Δ.**  $3!$ .    **Ε.**  $2 \cdot 3!$ .
21. \* Το πλήθος των διατάξεων 5 διαφορετικών μαθητών σε δυάδες ισούται με  
**A.**  $\frac{(5-2)!}{5!}$ .    **B.**  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ .    **Γ.**  $\frac{5!}{2!}$ .  
**Δ.**  $2 \cdot 5 = 10$ .    **Ε.**  $5^2$ .
22. \* Το  $0!$  ισούται με  
**A.** 0.    **B.** 1.  
**Γ.**  $(1-0)! + (2-0)!$ .    **Δ.**  $(0+1)! + (1-0)!$ .    **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.
23. \* Οι διαφορετικοί τρόποι που μπορούν να τοποθετηθούν 3 δρομείς σε τρία σημεία αφετηρίας του στίβου είναι  
**A.** 9.    **B.** 3.    **Γ.**  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .    **Δ.**  $1 \cdot 2 \cdot 1$ .    **Ε.**  $1 \cdot 2 \cdot 3$ .
24. \* Το πλήθος των συνδυασμών των  $v$  στοιχείων ανά  $\kappa$  δίνεται από τον τύπο  
**A.**  $\binom{v}{\kappa} = \frac{v!}{v(v-\kappa)!}$ .    **B.**  $\binom{v}{\kappa} = \frac{v!}{\kappa!(v-\kappa+1)!}$ .  
**Γ.**  $\binom{v}{\kappa} = \frac{\kappa!}{v(v-\kappa)!}$ .    **Δ.**  $\binom{v}{\kappa} = \frac{v}{\kappa!(v-\kappa)!}$ .  
**Ε.**  $\binom{v}{\kappa} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (v-2)(v-1)v}{\kappa!(v-\kappa)!}$ .
25. \* Από τους παρακάτω συνδυασμούς των στοιχείων του  $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$  ανά 3 διαφορετικοί μεταξύ τους είναι οι  
**A.**  $\{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\alpha, \delta, \gamma\}$ .    **B.**  $\{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\beta, \alpha, \gamma\}$ .  
**Γ.**  $\{\gamma, \alpha, \delta\}, \{\delta, \alpha, \gamma\}$ .    **Δ.**  $\{\alpha, \delta, \beta\}, \{\beta, \delta, \alpha\}$ .  
**Ε.** κανένα από τους παραπάνω.

26. \* Από τις παρακάτω διατάξεις των στοιχείων του συνόλου  $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma\}$  ανά 2 ίσες είναι

- A.**  $(\alpha, \beta), (\beta, \alpha).$       **B.**  $(\alpha, \gamma), (\gamma, \alpha).$       **Γ.**  $(\beta, \gamma), (\gamma, \beta).$   
**Δ.**  $(\beta, \gamma), (\beta, \alpha).$       **E.**  $(\beta, \alpha), (\beta, \alpha).$

27. \* Για το  $1!$  ισχύει

- A.** δεν ορίζεται.      **B.**  $1! = \frac{1}{2!}.$       **Γ.**  $1! = 0 \cdot 1.$   
**Δ.**  $1! = 1.$       **E.** ισχύουν άλλοτε το (B) και άλλοτε το (Γ).

28. \* Αν A, B δύο ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης ( $P(A), P(B) > 0$ ) τότε ισχύει

- A.**  $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}.$       **B.**  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$   
**Γ.**  $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(A)}.$       **Δ.**  $P(A|B) = \frac{P(A - B)}{P(B)}.$   
**E.**  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$

29. \* Ο πολλαπλασιαστικός νόμος των πιθανοτήτων είναι ισοδύναμος με τη σχέση ( $A \cap B \neq \emptyset$ )

- A.**  $P(A \cup B) = P(A) P(B|A).$       **B.**  $P(A \cup B) = P(B) P(A|B).$   
**Γ.**  $P(A \cap B) = P(B) P(B|A).$       **Δ.**  $P(A \cap B) = P(A) P(A|B).$   
**E.**  $P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B|A)}.$

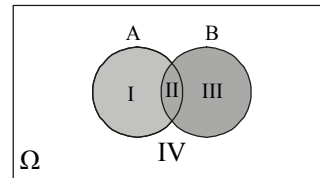
**Ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1. \* Στη στήλη A του πίνακα γράφονται ισχυρισμοί για τα ενδεχόμενα A και B ενός πειράματος. Στη στήλη B γράφονται ισοδύναμοι ισχυρισμοί διατυπωμένοι στη γλώσσα των συνόλων ( $w$  ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού). Αντιστοιχίστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης A με ένα μόνο της στήλης B.

Στήλη A	Στήλη B
1) Το A δεν πραγματοποιείται.	i) $w \in A$
2) Ένα τουλάχιστον από τα A και B πραγματοποιείται.	ii) $w \in (A \cup B')$
3) Πραγματοποιούνται συγχρόνως και το A και το B.	iii) $w \in (A' - A)$
4) Το A πραγματοποιείται.	iv) $w \in (A \cap B)$
5) Κανένα από τα A και B δεν πραγματοποιείται.	v) $w \in (A \cup B)$
6) Πραγματοποιείται μόνο το A ή μόνο το B.	vi) $w \in A'$
7) Το B πραγματοποιείται	vii) $w \in (A \cup B)'$
8) Πραγματοποιείται μόνο το A.	viii) $w \in (A \cap B') \cup (A' \cap B)$
9) Πραγματοποιείται μόνο το B.	ix) $w \in B$
	x) $w \in (A \cap B')$
	xi) $w \in (B \cap A')$
	xii) $w \in (B \cap A)'$
	xiii) $w \in (A \cap B)'$
	xiv) $w \in (A' \cup B)$

**Ερωτήσεις συμπλήρωσης**

1. \* Με βάση το διπλανό σχήμα συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί (A, B ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου  $\Omega$ ).



<i>Γραφή σε γλώσσα συνόλου</i>	<i>Γραφή σε φυσική γλώσσα</i>	<i>Μέρος του σχήματος</i>
$A \cap B$	A τομή B	II
$B'$		
$A \cup B$		
$A'$		
$A - B$		
$B - A$		
$A \cap B'$		
$A' \cap B$		

*Τι παρατηρείτε από τις τέσσερις τελευταίες γραμμές του πίνακα;*

2. \* Συμπληρώστε τον πίνακα βάζοντας στη στήλη Β τον χαρακτηρισμό Σ (σωστό) ή Λ (λάθος). Όπου βάλατε Λ (λάθος) συμπληρώστε στη στήλη Γ τη σωστή σχέση διορθώντας το δεξιό μέλος της αντίστοιχης ισότητας.

A	B	Γ
$A \cup A = A$		
$A \cup \emptyset = A$		
$A \cap A = \emptyset$	Λ	$A \cap A = A$
$A \cap \emptyset = A$		
$A' \cap A = \Omega$		
$A' \cup A = \emptyset$		
$\Omega' = \Omega$		
$(A')' = \Omega$		
$A \cap B = B \cap A$		
$A \cap B = B \cup A$		
$\emptyset' = \Omega$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B$		
$A' \cup A = \Omega$		
$A' \cap A = \emptyset$		
$(A')' = A$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cap B = A$		

3. \* α) Βρείτε τον αριθμό των μεταθέσεων των στοιχείων του  $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .  
 β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις μεταθέσεις αυτές.

Μεταθέσεις των $\alpha, \beta, \gamma$

4. \* Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Φυσική γλώσσα	Συμβολισμός	Ισότητα
Μεταθέσεις των $n$ πραγμάτων.		..... = .....
	$\Delta_{\kappa}^n$	..... = .....
		..... = $\frac{n!}{\kappa!(n-\kappa)!}$

5. \* Στη στήλη A του παρακάτω πίνακα υπάρχουν προτάσεις που χρησιμοποιούνται στις πιθανότητες. Συμπληρώστε στη B στήλη τις αντίστοιχες αρνήσεις των προτάσεων αυτών.

A	B
Για κάθε $\chi$ που ανήκει σ' ένα σύνολο $\Sigma$ η πρόταση $\pi(\chi)$ αληθεύει.	
Υπάρχει τουλάχιστον ένα $\chi$ που ανήκει σ' ένα σύνολο $\Sigma$ για το οποίο η πρόταση $\pi(\chi)$ αληθεύει.	
«...το πολύ $n$ φορές»	
«...τουλάχιστον $n$ φορές»	

6. \* Έστω ότι έχουμε τα τρία σχήματα  $\mathbf{O}$ ,  $\mathbf{\Delta}$ ,  $\mathbf{\square}$  (κύκλος τρίγωνο τετράγωνο). Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αναγράφοντας σε κάθε στήλη όλες τις περιπτώσεις που υπάρχουν.

A	B	Γ
<i>Μεταθέσεις των 3 σχημάτων</i>	<i>Συνδυασμοί των 3 σχημάτων ανά 2</i>	<i>Διατάξεις των 3 σχημάτων ανά 2</i>



### Ερωτήσεις ανάπτυξης

- \*\*** Ρίχνουμε πρώτα ένα νόμισμα μετά ένα ζάρι και καταγράφουμε τα αποτελέσματα. Περιγράψτε ένα δειγματικό χώρο του πειράματος.
- \*\*** Δύο χάρτινες σακούλες περιέχουν φρούτα. Η πρώτη περιέχει 1 μήλο (M), 1 πορτοκάλι (Π) και 1 αχλάδι (Α). Η δεύτερη περιέχει 1 μήλο και 1 αχλάδι. Επιλέγουμε στην τύχη μία σακούλα και στη συνέχεια ένα φρούτο από αυτή. Να γραφούν:  
α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.  
β) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι μήλο.  
γ) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι πορτοκάλι .
- \*\*** Σ' ένα κουτί υπάρχουν 4 ομοιόμορφα μολύβια 1 κόκκινο (Κ), 1 πράσινο (Π), 1 μαύρο (Μ), 1 λευκό (Λ). Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος στις ακόλουθες περιπτώσεις: (μας ενδιαφέρει το χρώμα)  
α) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.  
β) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε ξανά στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (επανατοποθέτηση).  
γ) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (χωρίς επανατοποθέτηση).
- \*\*** Αν  $A, B$  ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , τότε να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα  $A, (B \cap A^c)$  είναι ασυμβίβαστα.
- \*\*** Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει τα compact disks (CD) που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD. Να βρείτε: α) Το δειγματικό χώρο  $\Omega$ .  
β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς 2 ελαττωματικά CD,  
ii) τουλάχιστον 2 ελαττωματικά CD,  
iii) το πολύ 2 ελαττωματικά CD.

6. \*\* Δύο ομάδες  $O_1, O_2$  παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να βρείτε:
- α) Το δειγματικό χώρο  $\Omega$  των αποτελεσμάτων των αγώνων της συνάντησης.  
 β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας  $O_1$ ,  
 ii) καμία νίκη της ομάδας  $O_1$ ,  
 iii) τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας  $O_1$ .  
 γ) Πόσους αγώνες το πολύ θα είχε μία τέτοια ποδοσφαιρική συνάντηση;  
 δ) Τι παρατηρείτε για τα ενδεχόμενα β(ii) και β(iii);
7. \*\* Ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές και καταγράφουμε τα αποτελέσματα.
- α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.  
 β) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα:  
 $A = \{\text{να παρουσιαστεί Κ (κεφαλή) στην πρώτη ρίψη}\}$ ,  
 $B = \{\text{να παρουσιαστεί Κ στη δεύτερη ρίψη}\}$ ,  
 $\Gamma = \{\text{να παρουσιαστεί Κ σε μία μόνο από τις δύο ρίψεις}\}$ .  
 γ) Είναι τα ενδεχόμενα A, B,  $\Gamma$  ανά δύο ασυμβίβαστα; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).
8. \*\* Ρίχνοντας ένα ζάρι ποια πιθανότητα είναι μεγαλύτερη να φέρουμε 5 ή να μη φέρουμε 5;
9. \*\* Θεωρούμε ενδεχόμενα A, B ενός πειράματος τύχης για τα οποία ισχύουν  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ,  $P(A^c) = \frac{2}{3}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Να βρείτε τις:
- α)  $P(A)$ .                      β)  $P(B)$ .

10. \*\* I) Αποδείξτε με τη βοήθεια ενός διαγράμματος Venn ότι:

α)  $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A$ ,

β)  $(A \cap B') \cap (A \cap B) = \emptyset$ ,

γ)  $P(A \cap B') + P(A \cap B) = P(A)$ .

II) Αν  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$ , τότε βρείτε τις πιθανότητες

$P(A \cap B')$  και  $P(A' \cap B)$ .

11. \*\* Ρίχνουμε ένα ζάρι και κατόπιν παίρνουμε ένα χαρτί από μια τράπουλα.

Ποια είναι η πιθανότητα το ζάρι να δείξει τον αριθμό 5 και το τραπουλόχαρτο να είναι α) 5 σπαθί; β) 5 οποιουδήποτε είδους;

*Σημείωση:* Η άσκηση λύνεται με στοιχειώδη τρόπο, αλλά και με τον πολλαπλασιαστικό νόμο. Άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλα κατά την κρίση του διδάσκοντος.

12. \*\* Ένας μαθητής διαλέγει τυχαία και ταυτόχρονα δύο από τους αριθμούς του

συνόλου  $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$ . Ποια η πιθανότητα οι δύο αυτοί αριθμοί να

είναι ημίτονο και συνημίτονο της ίδιας γωνίας  $\varphi$ ;

13. \*\* Υψώνουμε ένα τυχαίο μονοψήφιο ακέραιο αριθμό (διάφορο του 0) στο τετράγωνο. Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός που προκύπτει να έχει τελευταίο ψηφίο:

α) Το 1, β) το 4,

γ) το 1 ή το 4, δ) το 2.

14. \*\* Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με

$P(A) = \frac{1}{2}$  και

$$P(A' \cap B) = \frac{1}{3}. \text{ Υπολογίστε}$$

τις πιθανότητες:

α)  $P(A \cap (A' \cap B))$ .

β)  $P(A \cup (A' \cap B))$

**Σημείωση:** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε διάγραμμα Venn.

15. \*\* Δύο ομάδες  $O_1, O_2$  παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων: (θεωρούμε τα απλά ενδεχόμενα ισοπίθανα)

α) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας  $O_1$ .

β) Καμία νίκη της ομάδας  $O_1$ .

γ) Τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας  $O_1$ .

**Σημείωση:** Η άσκηση αυτή σχετίζεται με την άσκηση ανάπτυξης 6.

16. \*\* Η πιθανότητα να κρυολογήσουμε το χειμώνα είναι 3-πλάσια από του να μην κρυολογήσουμε. Μπορείτε να υπολογίσετε την πιθανότητα να κρυολογήσουμε το χειμώνα;

17. \*\* Μια μέρα με πολύ άσχημες καιρικές συνθήκες η πιθανότητα να λειτουργήσουν τα υπεραστικά λεωφορεία είναι 30%, η πιθανότητα να μη λειτουργήσουν τα τραίνα είναι 40% και η πιθανότητα να λειτουργήσει ένα τουλάχιστον συγκοινωνιακό μέσο από τα προηγούμενα είναι 90%. Ποια η πιθανότητα να λειτουργήσουν συγχρόνως και τα δύο;

18. \*\* Σ' ένα συρτάρι της ντουλάπας μας υπάρχουν δύο ζευγάρια ίδιες μαύρες κάλτσες και ένα ζευγάρι λευκές. Επιλέγουμε ταυτόχρονα τρεις κάλτσες χωρίς να βλέπουμε το χρώμα τους. Ποια είναι η πιθανότητα να έχουμε έτσι επιλέξει ένα ζευγάρι του ίδιου χρώματος;

19. \*\* Το σύνολο  $A = \{20^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ\}$  περιέχει σαν στοιχεία μέτρα γωνιών. Επιλέγουμε τυχαία και ταυτόχρονα τρία στοιχεία του  $A$ . Ποια η πιθανότητα αυτά να είναι μέτρα των γωνιών ενός τριγώνου.
20. \*\* Έστω  $A, B$  ενδεχόμενα δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Τότε ισχύει:
- α) Αν  $P(A) = P(B)$ , τότε  $A = B$ .
  - β) Αν  $P(A) \neq P(B)$ , τότε  $A \neq B$ .
  - γ) Αν  $A = B$ , τότε  $P(A) = P(B)$ .
  - δ) Αν  $A \neq B$ , τότε  $P(A) \neq P(B)$ .
  - ε) Αν  $P(A) + P(B) = 1$ , τότε  $B = A'$ .
- Εξετάστε ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.
21. \*\* Σε μια τάξη της Β' Λυκείου υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια. Από τα αγόρια το  $\frac{1}{4}$  και από τα κορίτσια το  $\frac{1}{3}$  είναι άριστοι στα Μαθηματικά. Καλούμε τυχαία ένα άτομο για μια εξέταση. Ποια η πιθανότητα:
- α) Να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.
  - β) Να είναι κορίτσι.
  - γ) Να είναι κορίτσι άριστο στα Μαθηματικά.
  - δ) Να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.
22. \*\* Ρίχνουμε ένα ζάρι (ειδικής κατασκευής) για το οποίο έχουμε την πληροφορία ότι φέρνει ζυγά νούμερα δύο φορές συχνότερα απ' ότι μονά. Ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε μονό νούμερο; (Μη ισοπίθανα ενδεχόμενα).
23. \*\* Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν δέκα μαθητές γύρω από ένα στρογγυλό τραπέζι σε δέκα αριθμημένες καρέκλες;

24. \*\* Επιλέγοντας ψηφία από το σύνολο  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  σχηματίζουμε ακέραιους τριψήφιους αριθμούς γραμμένους στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.
- α) Πόσους συνολικά μπορούμε να σχηματίσουμε;
  - β) Πόσοι από αυτούς θα έχουν όλα τα ψηφία τους διαφορετικά; (π.χ. 123)

25. \*\* Στο γνωστό τυχερό παιχνίδι ΛΟΤΤΟ:
- Ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσουμε εξάρι παίζοντας μία μόνο εξάδα (6 αριθμούς);
  - Ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσουμε εξάρι παίζοντας 10 διαφορετικές εξάδες;
  - Πόσες διαφορετικές εξάδες πρέπει να παίζουμε για να είμαστε βέβαιοι ότι θα κερδίσουμε εξάρι;
26. \*\* Πόσες ευθείες ορίζονται από  $n$  σημεία (ανά τρία μη συνευθειακά);
27. \*\* Πόσα τρίγωνα ορίζονται από  $n$  σημεία (ανά τρία μη συνευθειακά);
28. \*\* Να βρείτε το πλήθος των διαγωνίων ενός πολυγώνου με  $n$  πλευρές.
29. \*\* Σε μια διεθνή διοργάνωση αγώνων μπάσκετ συμμετέχουν δέκα ισοδύναμες ομάδες εκ των οποίων δυο είναι ελληνικές. Να υπολογιστεί η πιθανότητα:
- Οι ομάδες στις δύο πρώτες θέσεις της τελικής κατάταξης να είναι ελληνικές.
  - Οι ομάδες στις δύο πρώτες θέσεις της τελικής κατάταξης να είναι ξένες.
  - Μία τουλάχιστον ομάδα στις δύο πρώτες θέσεις να είναι ελληνική.
30. \*\* Υπολογίστε τους συνδυασμούς:
- $\binom{v}{v}$ .
  - $\binom{v}{0}$ .
  - $\binom{v}{1}$ .
31. \*\* Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε κατά μάθημα  $\sigma'$  ένα ράφι μιας βιβλιοθήκης 4 βιβλία Αρχαίων Ελληνικών, 2 βιβλία Μαθηματικών και 3 βιβλία Φυσικής;
32. \*\* Πόσοι θετικοί ακέραιοι υπάρχουν, γραμμένοι στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, με πλήθος ψηφίων ένα έως και εννέα (μονοψήφιοι, διψήφιοι κ.λπ) και με όλα τα ψηφία τους διάφορα του μηδενός;

33. \*\* Παίρνουμε συγχρόνως δυο χαρτιά από μια τράπουλα (52 φύλλων). Ποια η πιθανότητα να είναι και τα δύο ντάμες;
34. \*\* Ένας μαθητής διαλέγει τυχαία και ταυτόχρονα δύο από τους αριθμούς του συνόλου  $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$ . Ποια η πιθανότητα οι δύο αυτοί αριθμοί να είναι αντίστοιχα ημίτονο και συνημίτονο της ίδιας γωνίας  $\varphi$ ;  
**Σημείωση:** Προτείνεται η λύση της με χρήση συνδυασμών ενώ η παρόμοια άσκηση 12 λύνεται εύκολα και με στοιχειώδη τρόπο.
35. \*\* Πέντε παντρεμένα ζευγάρια βρίσκονται σε μία αίθουσα. Επιλέγουμε τυχαία δύο άτομα απ' αυτά.  
 α) Ποια η πιθανότητα να είναι άνδρας - γυναίκα παντρεμένοι μεταξύ τους;  
 β) Ποια η πιθανότητα να είναι μεν άνδρας - γυναίκα αλλά όχι παντρεμένοι μεταξύ τους;  
 γ) Ποια η πιθανότητα να είναι του ίδιου φύλου;
36. \*\* Δύο αδιαφανείς σακούλες περιέχουν ομοιόμορφα μπαλάκια.. Η πρώτη περιέχει ένα μπαλάκι μαύρο (Μ), ένα μπαλάκι πράσινο (Π) και ένα μπαλάκι άσπρο (Α). Η δεύτερη περιέχει περιέχει ένα μπαλάκι μαύρο (Μ) και ένα μπαλάκι άσπρο (Α). Επιλέγουμε τυχαία μία σακούλα και στη συνέχεια ένα μπαλάκι από αυτή. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:  
*(δεσμευμένη πιθανότητα)*  
 α) Το μπαλάκι να είναι μαύρο.  
 β) Το μπαλάκι να είναι άσπρο.  
 γ) Το μπαλάκι να είναι πράσινο.
37. \*\* Σ' ένα ζευγάρι η πιθανότητα να ζει ο σύζυγος το 2010 είναι 70%, ενώ η πιθανότητα να ζει η σύζυγος το 2010 είναι 80%. Ποια είναι η πιθανότητα να ζει μόνο η σύζυγος το 2010;



38. \*\* Να δειχθεί ότι δύο ασυμβίβαστα και μη αδύνατα ενδεχόμενα **δεν** είναι ανεξάρτητα.

39. \*\* Να δειχθεί ότι για δυο ενδεχόμενα  $A, B$  ( $P(A) > 0$ ) ισχύει:

α) Αν  $A \subseteq B$  τότε  $P(B|A) = 1$ .

β) Αν  $B \subseteq A$  τότε  $P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}$ .

40. \*\* Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στο κάπνισμα και τα προβλήματα υγείας 200 ατόμων.

	<i>Καπνιστές</i>	<i>Μη καπνιστές</i>	ΣΥΝΟΛΟ
<i>με προβλήματα υγείας</i>	20	20	40
<i>χωρίς προβλήματα υγείας</i>	30	130	160
ΣΥΝΟΛΟ	50	150	200

Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Να βρεθεί η πιθανότητα

α) Να είναι καπνιστής.

β) Να έχει προβλήματα υγείας.

γ) Να είναι καπνιστής χωρίς προβλήματα υγείας.

δ) Να είναι καπνιστής με προβλήματα υγείας.

ε) Να έχει προβλήματα υγείας, **αν γνωρίζουμε ότι είναι καπνιστής.**

**Σημείωση:** Το ερώτημα (ε) είναι δυνατόν να απαντηθεί με τη βοήθεια του πίνακα αλλά και με τη χρήση δεσμευμένης πιθανότητας, άρα είναι ενδεχομένως κατάλληλο για την εισαγωγή της δεσμευμένης πιθανότητας.

41. \*\*\* Η πιθανότητα βροχής για οποιαδήποτε μέρα του Μαρτίου είναι  $\frac{2}{3}$ . Αν

σήμερα είναι 25 Μαρτίου ποια είναι η πιθανότητα να βρέξει τις επόμενες τρεις μέρες;

α) Ακριβώς μια φορά.

β) Το πολύ μια φορά.

γ) Τουλάχιστον μια φορά.