Κεφάλαιο 2ο: ΟΡΙΑ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_0, έναν πραγματικό αριθμό ℓ. Αναγκαστικά το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της. **Σ** **Λ**

2. * Τα πλευρικά όρια μιας συνάρτησης f, όταν το x παίρνει τιμές κοντά στο x_0, συμπίπτουν πάντοτε. **Σ** **Λ**

3. * Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 εξαρτάται από την τιμή τη συνάρτησης στο σημείο αυτό. **Σ** **Λ**

4. * Αν μια συνάρτηση f έχει όριο στο x_0, τότε αυτό το όριο είναι μοναδικό. **Σ** **Λ**

5. * Το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0, αν υπάρχει, εξαρτάται από τα άκρα α, β των διαστημάτων (α, x_0), (x_0, β) στα οποία ορίζεται η f. **Σ** **Λ**

6. * Ισχύει πάντοτε $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$, όπου c σταθερά και $x_0 \in R$. **Σ** **Λ**

7. ** Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$, τότε υπάρχει συνάρτηση φ με $\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x) = 0$ και $f(x) = \ell + \varphi(x)$. **Σ** **Λ**

8. * Αν $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x) + g(x)) = \ell$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0. **Σ** **Λ**

9. ** Αν για τις συναρτήσεις f, φ ισχύει $|f(x) - \alpha| \leq \varphi(x)$, $x \in R$ και $\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x) = 0$, τότε $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \alpha$. **Σ** **Λ**

10. ** Αν για τις συναρτήσεις $f, g : A \to R$ υπάρχει το $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ τότε πάντοτε

$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$ **Σ** **Λ**

11. ** Αν $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = |\ell|$, $\ell \neq 0$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$. **Σ** **Λ**

12. * Έστω η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$. Ισχύει $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$. **Σ** **Λ**

13. * Ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{ημ(αx)}{x} = 1$ με $α \neq 0, 1$. **Σ** **Λ**

14. * Αν ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$, τότε η f είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

15. ** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η συνάρτηση f + g είναι πάντοτε μη συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

16. * Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα διάστημα που περιέχει το 0. Τότε ισχύει $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = f(0)$. **Σ** **Λ**

17. * Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$, τότε η f δεν είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

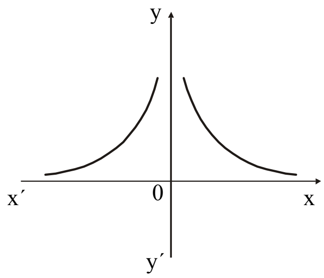
18. ** Αν οι συναρτήσεις f, g με πεδίο ορισμού το Δ **δεν** είναι συνεχείς στο $x_0 \in Δ$, τότε η συνάρτηση f + g μπορεί να είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

19. ** Αν η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε και η f^2 δεν είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

20. ** Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R είναι συνεχής στο 0 και ισχύει $x \cdot f(x) = ημ2x$ για κάθε $x \in R$, τότε $f(0) = 2$. **Σ** **Λ**

21. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η g είναι συνεχής στο $f(x_0)$ τότε η gof είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

22. * Η συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι συνεχής στο D_f. **Σ** **Λ**



23. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα (α, β) τότε είναι συνεχής και στο $x_0 = \frac{\alpha+\beta}{2}$. **Σ** **Λ**

24. ** Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και 1 - 1 στο διάστημα [α, β], τότε η f είναι γνησίως μονότονη. **Σ** **Λ**

25. * Αν $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$, τότε η ευθεία με εξίσωση y = - 1 είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο - ∞. **Σ** **Λ**

26. * Αν $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, $g(x) = x$, $x \in R$, τότε ισχύει:

i) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ και $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ **Σ** **Λ**

ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) \cdot g(x)) = 0$ **Σ** **Λ**

27. ** Αν $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $x \neq 1$, τότε η συνάρτηση $g(x) = x\,f(x)$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο + ∞ την ευθεία με εξίσωση y = 1. **Σ** **Λ**

28. * Αν $f(x) = 2 - e^{-x}$, $x \in R$, τότε $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$. **Σ** **Λ**

29. * Έστω οι συναρτήσεις f, g με κοινό πεδίο ορισμού το R. Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = -\infty$, τότε η συνάρτηση f + g έχει πάντοτε όριο στο x_0 τον αριθμό 0. **Σ** **Λ**

30. * Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $1 + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, τότε η f έχει όριο στο + ∞ τον αριθμό 2. **Σ** **Λ**

31. * Αν $f(x) = \log x - 2$, $x > 0$, τότε $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$. Σ Λ

32. * Η συνάρτηση $f(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$ με $\alpha \neq 0$ και $\nu \geq 2$ δεν έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$. Σ Λ

33. * Η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0}{\beta_\mu x^\mu + \beta_{\mu-1} x^{\mu-1} + \ldots + \beta_1 x + \beta_0}$ με α_ν, $\beta_\mu \neq 0$ έχει:

i) οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 0$, αν $\nu < \mu$ Σ Λ

ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = \dfrac{\alpha_\nu}{\beta_\mu}$, αν $\nu = \mu$ Σ Λ

iii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = \alpha_\nu$, αν $\nu > \mu$. Σ Λ

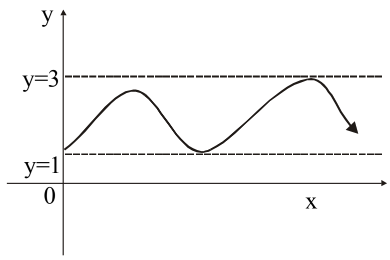
34. ** Η συνάρτηση $f(x) = 1 - e^{-2x}$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 1$. Σ Λ

35. ** Η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^3}$ έχει:

i) κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση $x = 0$ Σ Λ

ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = -1$. Σ Λ

36. * Η συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα δεν έχει όριο στο $+\infty$. Σ Λ



37. * Αν $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^3}$, $x < 1$, τότε $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$. Σ Λ

38. * Ισχύει $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{(x-3)^{2\nu}} = +\infty$, $\nu \in N^*$. **Σ** **Λ**

39. * Αν $f(x) = \ln(x-2)$, τότε $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$. **Σ** **Λ**

40. * Η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{x+3}{x-1}$ έχει:

i) κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση $x = -3$ **Σ** **Λ**

ii) οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την ευθεία με εξίσωση $y = 1$. **Σ** **Λ**

41. ** Υπάρχουν συναρτήσεις που έχουν δύο οριζόντιες ασύμπτωτες στο $+\infty$. **Σ** **Λ**

42. * Υπάρχουν συναρτήσεις με περισσότερες από μία κατακόρυφες ασύμπτωτες. **Σ** **Λ**

43. ** Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο R, τότε δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη. **Σ** **Λ**

44. * Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής στο διάστημα [α, β], τότε μπορεί να έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία με εξίσωση x = α. **Σ** **Λ**