ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Κεφάλαιο 3ο: ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1ο ΜΕΡΟΣ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

1.	Σ
2. α)	Σ
β)	Λ
γ)	Σ
δ)	Λ
3.	Λ
4.	Σ
5.	Σ
6.	Λ
7.	Σ
8.	Σ
9.	Λ
10.	Σ
11.	Σ
12.	Σ
13.	Σ

14.	Σ
15.	Σ
16.	Σ
17.	Σ
18.	Σ
19.	Σ
20.	Σ
21.	Σ
22.	Σ
23.	Λ
24.	Σ
25.	Λ
26.	Σ
27.	Σ
28.	Σ
29.	Λ

30.	Λ
31.	Σ
32.	Λ
33.	Σ
34.	Σ
35.	Σ
36.	Λ
37.	Λ
38.	Σ
39.	Λ
40.	Σ
41.	Λ
42.	Σ
43.	Σ
44.	Σ
45.	Σ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.	**Γ**
2.	**Γ**
3.	**Β**
4.	**Α**
5.	**Α**
6.	**Δ**
7.	**Ε**
8.	**Α**

9.	**Α**
10.	**Β**
11.	**Γ**
12.	**Δ**
13.	**Γ**
14.	**Γ**
15.	**Δ**

16.	**Γ**
17.	**Β**
18.	**Δ**
19.	**Γ**
20.	**Γ**
21.	**Γ**
22.	**Γ**
23.	**Γ**

Μερικές ενδεικτικές λύσεις

7. Στην ερώτηση έχουμε δώσει και τους τύπους των γραφικών παραστάσεων. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο μαθητής για απαντήσει πρέπει να πάρει τον ορισμό της κατακόρυφης εφαπτομένης για καθεμιά συνάρτηση. Πρέπει να καταλάβει ότι εφαπτόμενη μιας καμπύλης «έρχεται» από τη «ράχη» της γραφικής παράστασης. Η μόνη που δεν είναι έτσι είναι η Ε.

17. Από τα δεδομένα του σχήματος συμπεραίνουμε ότι η $f'(x) = x$ (αφού είναι ευθεία $y = \alpha x$ και διέρχεται από το $(1, 1)$. Παραγωγίζοντας τις δοσμένες συναρτήσεις βλέπουμε ότι $f'(x) = x$, δίνει μόνο η Β, η οποία είναι και η σωστή.

21. Η υπόθεση $f'(x_1) = f'(x_2)$ σημαίνει ότι υπάρχουν δυο σημεία με τετμημένες x_1, x_2, ώστε στα σημεία αυτά να μπορούν να αχθούν παράλληλες εφαπτομένες. Αναζητούμε λοιπόν σε ποιο σχήμα υπάρχει τέτοια δυνατότητα. Είναι προφανές ότι είναι μόνο το σχήμα Γ.

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1.

1	ε
2	δ
3	α
4	β

2.

1	β	p
2	γ	r
3	α	q

3.

1	γ
2	στ
3	ζ
4	α
5	ε

4.

1	δ
2	θ
3	α
4	ε
5	β
6	γ

5.

1	στ
2	δ
3	α
4	ζ
5	γ

6.

1	γ
2	ε
3	α
4	δ

7.

1	γ
2	α
3	στ
4	β

8.

1	γ
2	ε
3	β
4	α

9.

1	β
2	γ

10.

1	γ
2	α
3	στ
4	β

Απαντήσεις στις ερωτήσεις διάταξης

1. $\varphi'(1) < h'(1) < \sigma'(1) < g'(1) < f'(1)$

2. $f'(1) < h'(4) < \varphi'\left(\frac{\pi}{2}\right) < \sigma'(1) < g'(0)$

3. $\upsilon_2 < \upsilon_1 < \upsilon_4 < \upsilon_3$

4. $\lambda_h < \lambda_\varphi < \lambda_f < \lambda_g$

Απαντήσεις - υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. **α)** $g(x) = f(x - 4) + 3$ **β)** $g'(x) = f'(x - 4)$
γ) $g'(4) = \varepsilon\varphi 120°$

2. **α)** $x_0 = -2$ **β)** $f'(-2) = 4f'(1)$

3. $f'(x) = \dfrac{(x-4)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$

	$-\infty$	4	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	$\searrow$	min (4,1)	$\nearrow$

4. Το άνω ημικύκλιο είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = \sqrt{\rho^2 - x^2}$ όπου ρ η ζητούμενη ακτίνα και $-\rho \le x \le \rho$.

Ισχύει $f'(-\frac{5}{2}\sqrt{2}) = \text{εφ}\, 45° = 1$ με $f'(x) = \dfrac{-2x}{2\sqrt{\rho^2 - x^2}}$, άρα ρ = 5.

Άρα η εξίσωση του κύκλου θα είναι: $x^2 + y^2 = 25$.

5. Πρέπει $f(3) = -9$ και $f'(3) = 0$, άρα $\alpha = 1$, $\beta = -6$

6. **α)** $y = x + 1$

β) $e^{-0,0135} \approx 1 - 0,0135 = 0,9865$ (ο υπολογιστής τσέπης δίνει 0,98659)

7. **α)** $f'(1) \cdot g'(1) = -1$ **β)** ισχύει

8. $y = -x + 1$ και $f'(0) = g'(1) = -1$

9. Αν $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής, τότε η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y - \sqrt{x_0} = \dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}(x - x_0)$ και επειδή διέρχεται από το σημείο (0, 1) έχουμε $1 - \sqrt{x_0} = \dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}(-x_0)$, άρα $1 - \sqrt{x_0} = -\frac{1}{2}\sqrt{x_0}$, δηλαδή $\frac{1}{2}\sqrt{x_0} = 1$, δηλαδή $x_0 = 4$, οπότε η εφαπτομένη είναι $y = \frac{1}{4}x + 1$. Επίσης έχει και την $x = 0$

10. Στο σημείο $x_0 = 1$ έχουμε $f'(1) = 1$, άρα εφω = 1, άρα ω = 45°

11. Ισχύει $x + \sqrt{x^2+1} > x + \sqrt{x^2} > x + |x| \geq 0$

$f'(x) = \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} > 0$, για κάθε $x \in R$, άρα δεν έχει οριζόντια εφαπτομένη

12. **α)** $y - 5 = \dfrac{1}{3}(x - 8)$

β) Τέμνει τον x΄x στο σημείο (- 7, 0) και τον y΄y στο σημείο $(0, \dfrac{7}{3})$

13. **α)** $x_0 = \sqrt{e}$

γ) $y = \dfrac{1}{\sqrt{e}}x - \dfrac{1}{2}$

14. Αναπτύσσουμε την ορίζουσα και παραγωγίζουμε

15. Το x^4 δεν μπορεί να γραφεί $x^3 + x^3 + \ldots + x^3$ για κάθε $x \in R$

17. 2 cm^2/sec

18. **α)** $s'(2) = 11$ **β)** $s''(4) = 6$ **γ)** $t = \frac{1}{6}$

19. **α)** $υ(t) = \frac{1}{t+1}$ φθίνουσα συνάρτηση του t

β) $υ(3) = \frac{1}{4}$ $|γ(3)| = \frac{1}{16}$

20. Το καλαμάκι χωρά $π\,(0{,}2)^2\,25\ cm^3 \approx 3{,}14\ cm^3$, άρα $\frac{dV}{dt} = -\,3{,}14\ cm^3/sec$ (ο ρυθμός ελάττωσης του όγκου).

Ο όγκος του αναψυκτικού: $V = π\cdot 2^2\cdot h = 4πh$ και ισχύει $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh}\cdot\frac{dh}{dt}$, άρα

$-\,3{,}14 = 4π\frac{dh}{dt}$, άρα $\frac{dh}{dt} = -\,\frac{1}{4}$ cm/sec.