

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

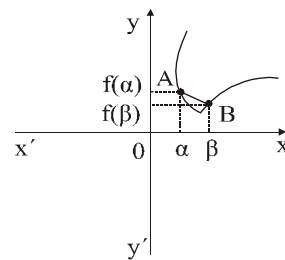
1. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$, παραγωγίσιμη στο διάστημα (a, β) και $f(a) = f(\beta)$, τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο x_0 εσωτερικό στο διάστημα $[a, \beta]$, στο οποίο η εφαπτομένη του διαγράμματος της f , είναι παράλληλη στον άξονα x' .

Σ Λ

2. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο διάστημα (a, β) , τότε υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο $x_0 \in (a, \beta)$, στο οποίο η εφαπτομένη της C_f είναι παράλληλη προς την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $(a, f(a))$ και $(\beta, f(\beta))$.

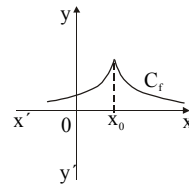
Σ Λ

3. * Για τη συνάρτηση του σχήματος, υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο $M(\xi, f(\xi))$ της C_f με $\xi \in (a, \beta)$, όπου η εφαπτομένη της f να είναι παράλληλη προς την AB .



Σ Λ

4. * Για τη συνάρτηση f ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος μέσης τιμής στο διάστημα $[0, x_0]$.



Σ Λ

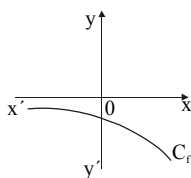
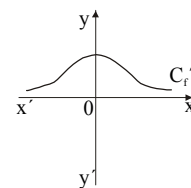
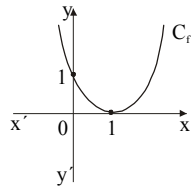
5. * Υπάρχουν συναρτήσεις για τις οποίες ισχύει το συμπέρασμα του θεωρήματος του Rolle, χωρίς να ισχύουν όλες οι υποθέσεις του θεωρήματος.

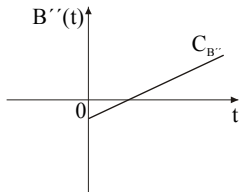
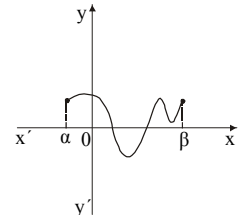
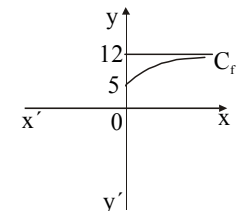
Σ Λ

6. * Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος του Rolle, τότε υπάρχει x_0 , ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $(x_0, f(x_0))$ να είναι παράλληλη με τον άξονα x' .

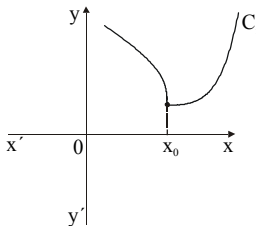
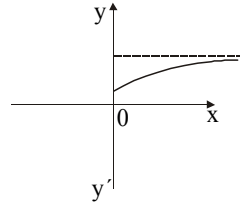
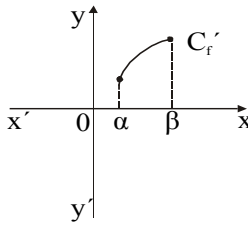
Σ Λ

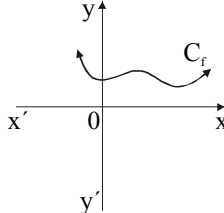
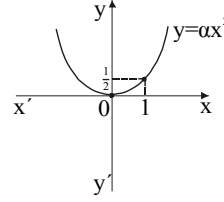
7. * Αν για μια συνάρτηση f εφαρμόζεται το θεώρημα του Rolle στο $[α, β]$, τότε εφαρμόζεται και το θεώρημα μέσης τιμής στο ίδιο διάστημα. Σ Λ
8. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[α, β]$, τότε κρίσιμα σημεία της f είναι τα σημεία του διαστήματος $(α, β)$ στα οποία η f' μηδενίζεται και τα σημεία του διαστήματος $(α, β)$ στα οποία η f δεν παραγωγίζεται. Σ Λ
9. * Αν $f'(x) = (x - 1)^2$, τότε το σημείο $x_0 = 1$ είναι τοπικό ακρότατο της f . Σ Λ
10. * Αν $f'(x) = |x - 1|$, τότε το σημείο $x_0 = 1$ είναι τοπικό ακρότατο της f . Σ Λ
11. * Αν $f'(x) = x^2 + 1$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ μια ρίζα. Σ Λ
12. * Αν για μια συνάρτηση f ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ μια ρίζα στο \mathbb{R} . Σ Λ
13. * Αν $f'(x) = x^2 - 5x + 6$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[2, 3]$. Σ Λ
14. * Αν η γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο σχήμα, τότε η f έχει ακρότατο το $x_0 = 1$. Σ Λ
15. * Αν η γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση στο \mathbb{R} . Σ Λ
16. * Αν η γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση στο \mathbb{R} . Σ Λ

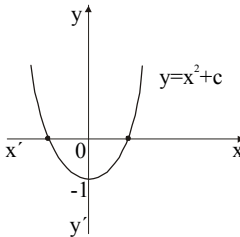


17. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, $f(\alpha) f(\beta) < 0$ και $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία μόνο ρίζα στο (α, β) . Σ Λ
18. * Αν $f'(x) = (x + 3)x^2$, τότε το $x_0 = -3$ είναι θέση τοπικού ελαχίστου. Σ Λ
19. * Για τη συνάρτηση f με $f(x) = 3x^2$, $x \in [-3, 2]$ υπάρχει ένα μόνο τοπικό ακρότατο. Σ Λ
20. * Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$, υπάρχει τουλάχιστον ένα τοπικό ελάχιστο μεγαλύτερο από κάποιο τοπικό μέγιστο. Σ Λ
21. * Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f με $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν $f(3) = 5$, τότε μπορεί να ισχύει $f(5) = 4$. Σ Λ
22. * Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της $B''(t)$ όπου $B(t)$ είναι η συνάρτηση του βάρους κάποιου ανθρώπου που βρίσκεται σε δίαιτα, μετά από χρόνο t . Τότε ο ρυθμός μείωσης του βάρους, στην αρχή μειώνεται και μετά αυξάνεται. Σ Λ
- 
23. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της f' μια συνάρτησης f . Τότε η f έχει τουλάχιστον δύο θέσεις τοπικών ακροτάτων. Σ Λ
- 
24. * Αν $f'(x) = e^{-x^2+16}$, τότε η f δεν μπορεί να έχει τοπικά ακρότατα. Σ Λ
25. * Η συνάρτηση του σχήματος έχει θετική πρώτη παράγωγο για κάθε $x \in (0, +\infty)$. Σ Λ
- 

26. * Αν οι συναρτήσεις f, g παρουσιάζουν στο σημείο x_0 τοπικό ελάχιστο, τότε και η συνάρτηση $f + g$ θα παρουσιάζει κι αυτή στο x_0 τοπικό ελάχιστο. Σ Λ
27. * Αν μια άρτια συνάρτηση έχει στο x_0 τοπικό ελάχιστο, τότε και στο $-x_0$ θα έχει τοπικό ελάχιστο. Σ Λ
28. * Αν η γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης f είναι αυτή του σχήματος, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . Σ Λ
-
29. * Υπάρχουν συναρτήσεις ορισμένες στο \mathbb{R} οι οποίες έχουν άπειρα τοπικά ακρότατα. Σ Λ
30. * Αν η f' έχει μία μόνο ρίζα, τότε η f θα έχει το πολύ δύο ρίζες. Σ Λ
31. ** Αν η f' έχει μόνο δύο ρίζες, τότε η f έχει δύο ακριβώς τοπικά ακρότατα. Σ Λ
32. * Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(x) = 3$ με $x \in \mathbb{R}$, τότε η γραφική παράσταση της f είναι μια ευθεία. Σ Λ
33. * Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης f , είναι πάντοτε μικρότερο από κάθε τοπικό μέγιστο της ίδιας συνάρτησης. Σ Λ
34. * Το μικρότερο από τα τοπικά ελάχιστα μιας συνάρτησης f (εφόσον υπάρχουν), είναι πάντοτε και ελάχιστο της f . Σ Λ
35. * Μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ , με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \Delta$, δεν παρουσιάζει ακρότατα στο Δ . Σ Λ
36. * Μια συνεχής και σταθερή συνάρτηση στο $[a, \beta]$ παρουσιάζει ακρότατο σε κάθε σημείο του διαστήματος $[a, \beta]$. Σ Λ
37. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\Delta = (a, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in \Delta$, τότε η f είναι σταθερή στο Δ . Σ Λ

38. * Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες σ' ένα διάστημα Δ , και διαφέρουν κατά μία σταθερά, τότε έχουν ίσες παραγώγους. Σ Λ
39. ** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) , με $f''(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η εξίσωση $f'(x) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$, έχει μία μόνο ρίζα στο (α, β) . Σ Λ
40. * Η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f , φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε το x_0 είναι σημείο καμπής της f . Σ Λ
- 
41. * Αν $f''(x) = (x - 2)^2$, τότε η f έχει σημείο καμπής στο $x_0 = 2$. Σ Λ
42. * Αν η συνάρτηση f έχει σημείο καμπής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε πάντοτε θα υπάρχει η δεύτερη παράγωγος της f στο x_0 . Σ Λ
43. * Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο σχήμα. Τότε θα ισχύει $f''(x) \leq 0$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$. Σ Λ
- 
44. * Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη, και η γραφική παράσταση της f' φαίνεται στο σχήμα, τότε η f στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω. Σ Λ
- 
45. * Μια πολωνομική συνάρτηση 3ου βαθμού έχει οπωσδήποτε σημείο καμπής. Σ Λ

46. * Μια πολυωνυμική συνάρτηση 4ου βαθμού έχει τουλάχιστον ένα σημείο καμπής. Σ Λ
47. * Η συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, παρουσιάζει δύο σημεία καμπής. Σ Λ
- 
48. * Μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ , αν η εφαπτομένη της σε κάθε σημείο $(x_0, f(x_0))$, $x_0 \in \Delta$, βρίσκεται πάνω από τη γραφική της παράσταση. Σ Λ
49. * Για να είναι το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ σημείο καμπής της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f , αρκεί η f'' να αλλάζει πρόσημο εκατέρωθεν του x_0 . Σ Λ
50. * Αν $f(x) = 2x$, τότε η μόνη συνάρτηση που έχει την f παράγωγο είναι η $g(x) = x^2$. Σ Λ
51. * Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο διάστημα Δ και ισχύει $f(x) = g(x) + c$, για κάθε $x \in \Delta$, τότε στα σημεία των C_f και C_g με την ίδια τετμημένη, οι εφαπτομένες είναι παράλληλες. Σ Λ
52. * Η συνάρτηση $y = x^6 + 3$, $x \in \mathbb{R}$, είναι μια λύση της διαφορικής εξίσωσης $y'' + y = 0$. Σ Λ
53. * Η συνάρτηση, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι μία λύση της εξίσωσης $\frac{dy}{dx} = x$. Σ Λ
- 
54. * Μία λύση της διαφορικής εξίσωσης $\frac{d^2y}{dx^2} = y$ είναι η συνάρτηση $y = 3$. Σ Λ

55. * Η παράγουσα του γινομένου δυο συναρτήσεων με κοινό πεδίο ορισμού, είναι ίση με το γινόμενο των παραγουσών αυτών. Σ Λ
56. * Αν για τις συναρτήσεις f, g ισχύει $f''(x) = g''(x), x \in [\alpha, \beta]$, τότε $g'(x) = f'(x) + c, x \in [\alpha, \beta]$. Σ Λ
57. * Αν για τις συναρτήσεις f, g ισχύει $f''(x) = g(x), x \in \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση $f'(x)$ είναι μια παράγουσα της $g(x)$. Σ Λ
58. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f που φαίνεται στο σχήμα, αντιπροσωπεύει μία λύση της εξίσωσης $y' = 2x$. Σ Λ
- 
59. * Οι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης $y' = 2$ είναι εξισώσεις παράλληλων ευθειών με συντελεστή διεύθυνσης 2. Σ Λ
60. * Δίνεται η διαφορική εξίσωση $y' = 2x$. Αν $y = f(x)$ είναι μια λύση της, τότε η εφαπτομένη της στο σημείο $(-1, f(-1))$ έχει κλίση 2. Σ Λ