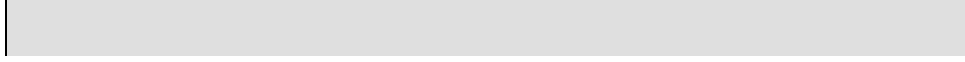


**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ  
ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**





## Κεφάλαιο 2ο: ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

1.	Σ
2.	Λ
3.	Σ
4.	Σ
5.	Σ
6.	Σ
7.	Λ
8.	Λ
9.	Σ
10.	Σ
11.	Σ
12.	Σ
13.	Λ
14.	Σ

15.	Σ
16.	Σ
17.	Λ
18.	Σ
19.	Λ
20.	Σ
21.	Λ
22.	Σ
23.	Λ
24.	Λ
25.	Σ
26.	Σ
27.	Λ
28.	Σ

29.	Σ
30.	Σ
31.	Σ
32.	Λ
33.	Σ
34.	Σ
35.	Σ
36.	Λ
37.	Σ
38.	Σ
39.	Σ
40.	Σ
41.	Σ

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

<b>1.</b>	<b>Δ</b>
<b>2.</b>	<b>Δ</b>
<b>3.</b>	<b>Δ</b>
<b>4.</b>	<b>Γ</b>
<b>5.</b>	<b>Β</b>
<b>6.</b>	<b>Ε</b>
<b>7.</b>	<b>Δ</b>
<b>8.</b>	<b>Β</b>
<b>9.</b>	<b>Γ</b>
<b>10.</b>	<b>Β</b>
<b>11.</b>	<b>Ε</b>
<b>12.</b>	<b>Β</b>
<b>13.</b>	<b>Δ</b>
<b>14.</b>	<b>Γ</b>

<b>15.</b>	<b>Β</b>
<b>16.</b>	<b>Β</b>
<b>17.</b>	<b>Γ</b>
<b>18.</b>	<b>Ε</b>
<b>19.</b>	<b>Γ</b>
<b>20.</b>	<b>Ε</b>
<b>21.</b>	<b>Δ</b>
<b>22.</b>	<b>Δ</b>
<b>23.</b>	<b>Δ</b>
<b>24.</b>	<b>Δ</b>
<b>25.</b>	<b>Β</b>
<b>26.</b>	<b>Γ</b>
<b>27.</b>	<b>Γ</b>
<b>28.</b>	<b>Δ</b>

<b>29.</b>	<b>Γ</b>
<b>30.</b>	<b>Α</b>
<b>31.</b>	<b>Γ</b>
<b>32.</b>	<b>Δ</b>
<b>33.</b>	<b>Γ</b>
<b>34.</b>	<b>Ε</b>
<b>35.</b>	<b>Γ</b>
<b>36.</b>	<b>Ε</b>
<b>37.</b>	<b>Ε</b>
<b>38.</b>	<b>Δ</b>
<b>39.</b>	<b>Β</b>
<b>40.</b>	<b>Γ</b>
<b>41.</b>	<b>Δ</b>
<b>42.</b>	<b>Δ</b>

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1.

A	3
B	1
Γ	5
Δ	2

2.

A	4
B	2
Γ	3

3.

A	5
B	1
Γ	4

4.

A	2
B	3
Γ	1
Δ	5

5.

A	2
B	1
Γ	4

6.

A	3
B	5
Γ	2

7.

A	5
B	3
Γ	2

8.

A	2
B	3
Γ	1

9.

1	A
2	Θ
3	Z
4	Γ

10.

A	2
B	3
Γ	4

**Απαντήσεις - υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης**

5.  $w = (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots) + i(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54} + \dots) = 2 + \frac{3}{2}i$

6.  $z_1 = \frac{9}{5} + \frac{8}{5}i, z_2 = 1$

9.  $\alpha = 1, \beta = 0$

10.  $(\alpha = 3, \beta = -2)$  ή  $(\alpha = -3, \beta = 2)$

11.  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

12.  $x = 1, y = 5$

13. Έστω  $z = \lambda i$ , βρίσκουμε  $\omega = -(\lambda^2 - \lambda + 1) < 0$

14. α)  $z = \sqrt{2} + i$  ή  $z = -\sqrt{2} + i$

β)  $z = 0$  ή  $z = 1$  ή  $z = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$

15.  $\text{Av } v = 4\kappa, \quad A = 1$   
 $v = 4\kappa + 1, \quad A = 1 + i$   
 $v = 4\kappa + 2, \quad A = i$   
 $v = 4\kappa + 3, \quad A = 0$

16. Η δοθείσα γράφεται :

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20v} = \left(\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}\right)^{20v} = \left(\frac{1+2i+i}{1-i^2}\right)^{20v} = \left(\frac{2i}{2}\right)^{20v} = i^{20v} = (i^4)^{5v} = 1$$

18. **β)**  $4x + 3y + 24 = 0$   
**γ)**  $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$   
**δ)**  $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$

19. **α)**  $2 + i$       **β)**  $\alpha = -4, \beta = 5$

20.  $-1, 1 + 2i, 1 - 2i$

21.  $\lambda = -\frac{2}{3}$

22.  $E = 32 \text{ τ.μ.}$

23.  $z_1 = -2i, z_2 = 2 + 3i$

24. α)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       β)  $\sqrt{26}$

25. α)  $\frac{1}{2}$                       β)  $3^v$

26.  $z = \frac{3}{4} + i$

27.  $|z+9|^2 = 9|z+1|^2 \Leftrightarrow (z+9)(\overline{z+9}) = 9(z+1)(\overline{z+1}) \Leftrightarrow$   
 $(z+9)(\overline{z}+9) = 9(z+1)(\overline{z}+1)$  κ.λπ.

28. β)  $\omega = -\overline{\omega} \Leftrightarrow \frac{z-1}{z+1} = -\frac{\overline{z-1}}{\overline{z+1}} \Leftrightarrow (z-1)(\overline{z}+1) = -(z+1)(\overline{z}-1) \Leftrightarrow \dots$   
 $\Leftrightarrow z\overline{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$

29.  $3+4i, -3+4i, 3-4i, -3-4i$   
κύκλος  $K(0, 0), R = 5$

30. Έστω  $z = x + yi$ . Βρίσκουμε  $x = \frac{1}{2}, y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



$$\begin{aligned}
 32. \quad |1 - z| > |z| &\Leftrightarrow |1 - z|^2 > |z|^2 \Leftrightarrow (1 - z)(1 - \bar{z}) > z\bar{z} \Leftrightarrow 1 - \bar{z} - z + z\bar{z} > z\bar{z} \\
 &\Leftrightarrow z + \bar{z} < 1 \Leftrightarrow 2\operatorname{Re}(z) < 1 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z) < \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

33. Υψώνουμε στο τετράγωνο κ.λπ. Βρίσκουμε  $|z| = 2$

$$34. 2x + y + 2 = 0$$

36. α) Κ (-1, 1), R = 3    β) Κ (1, 1), R < 4    γ) Κ (1, -1), 1 < R < 2

37. iv, v

38. ii, iv, vi

39. α) A (3, 4), B (x, y), Γ (κ, λ) ισχύει  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OG} = 0$  κ.λπ.  
 β)  $z_2 = 7 + i$ ,  $z_3 = 4 - 3i$

43. Ο μιγαδικός γράφεται:  $(\cos \frac{2\pi}{3} + i\eta\mu \frac{2\pi}{3})^{3v}$  κ.λπ.

44. Γράφουμε τους μιγαδικούς αριθμούς  $1 + i$ ,  $1 - i$  σε τριγωνομετρική μορφή κ.λπ.

45. Εκφράζουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή σε τριγωνομετρική μορφή κ.λπ.

$$46. \alpha) z = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \quad \beta) z^v = 2^v \left( \cos \frac{v\pi}{6} + i \sin \frac{v\pi}{6} \right)$$

$$\gamma) v = 6 \quad \delta) v = 3$$

$$47. \alpha) w = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\beta) w^3 = \cos \pi + i \sin \pi = -1$$

$\gamma)$  Το  $OAB$  είναι ισοσκελές με γωνία κορυφής  $\frac{\pi}{3}$

$$\delta) z_2^3 = \left[ \rho \left( \cos \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) \right) \right]^3 = \rho^3 \left( \cos (\pi + 3\theta) + i \sin (\pi + 3\theta) \right) =$$

$$= \rho^3 (-\cos 3\theta - i \sin 3\theta) = -\rho^3 (\cos \theta + i \sin \theta)^3 = -z_1^3$$

$$\text{2ος τρόπος: } z_2^3 = (z_1 w)^3 = z_1^3 w^3 = -z_1^3$$

$$z_1^2 + z_2^2 = z_1^2 + (z_1 w)^2 = z_1^2 + z_1^2 w^2 = z_1^2 (1 + w^2)$$

$$\text{είναι όμως } 1 + w^2 = w$$

$$\text{άρα } z_1^2 + z_2^2 = z_1^2 w = z_1 (z_1 w) = z_1 z_2$$

48. Ο μιγαδικός αριθμός  $z$  γράφεται  $z = 2\eta\mu \frac{\alpha}{2} \left( \eta\mu \frac{\alpha}{2} + i \sigma\upsilon\nu \frac{\alpha}{2} \right)$  κ.λπ.

$$49. (x+1)^2 + y^2 = 2, \quad x < 0$$

50.  $z = \frac{1 + \sqrt{337}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{337}}{2} i$

53.  $z_B = z_A + z_\Gamma$  άρα  $x + yi = \kappa + \lambda i + 1$  και  $\frac{y}{x} = \varepsilon\varphi 30^\circ$  κ.λπ.

54. i, iii

58. Είναι  $w^3 = 1$  κ.λπ.

59. γ) Είναι  $1 + w = -w^2$  και  $\bar{w} = w^2$  κ.λπ.

60. α)  $P(z) = z^2(z-3) + 4(z-3) = (z^2+4)(z-3) = (z^2-4i^2)(z-3) =$   
 $= (z-2i)(z+2i)(z-3)$   
δ) ισοσκελές,  $E = 6$  τ.μ.

61.  $\alpha = 9, \beta = 2$

62. Αφού το  $f(x)$  έχει παράγοντα το  $x - i$  θα έχει ρίζα το  $i$ . Βρίσκουμε  $\alpha = \gamma, \beta = \delta$  κ.λπ.

63. Προφανής λύση η  $z_1 = 1$  κ.λπ. Βρίσκουμε  $z_2 = -2 + i\sqrt{3}, z_3 = -2 - i\sqrt{3}$

64. Βρίσκουμε τη διακρίνουσα κ.λπ.

65. α) Αφού οι ρίζες είναι συζυγείς θα έχουν άθροισμα και γινόμενο πραγματικό αριθμό.

β)  $\Delta = \beta^2 + 4\gamma > 0$ , διότι το  $\gamma$  είναι το γινόμενο των συζυγών μιγαδικών.

66. α)  $z_1 = -2, z_2 = 2i, z_3 = -2i$       β)  $x^2 + y^2 = 4$

67. δ) Η εικόνα του  $z$  είναι το σημείο τομής της ( $\varepsilon$ ) και της κάθετης προς αυτήν που διέρχεται από το  $O(0, 0)$ . Βρίσκουμε  $z = -\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$ .

68. β)  $f(4\lambda + 1) = i^{4\lambda+1} z = iz = \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) \cdot \rho(\cos\theta + i\sin\theta) =$   
 $= \rho \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\right)$

γ)  $E = 2$  τ.μ.

69. β) Στην εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  θέτουμε  $y = 1$  και βρίσκουμε  $x = 2 + \sqrt{3}$  ή  $x = 2 - \sqrt{3}$ .

70. α)  $x^2 + (y - 1)^2 = 2$

γ) Σημεία τομής  $A(1, 2), B(-1, 0)$ .  $(AB) = 2\rho$

δ)  $t_1 = 1 + 2i, t_2 = -1$