ΣΧΕΔΙΑ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ

(ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο)

Τα κριτήρια αξιολόγησης που ακολουθούν είναι ενδεικτικά. Ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα διαμόρφωσής τους σε ενιαία θέματα, επιλογής ή τροποποίησης των θεμάτων, ανάλογα με τις διδακτικές ανάγκες του συγκεκριμένου τμήματος στο οποίο απευθύνεται.

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή	
Διδακτική Ενότητα:	*Συναρτήσεις*

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. Για τη συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x > 0$, ισχύει
$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$. **Σ** **Λ**

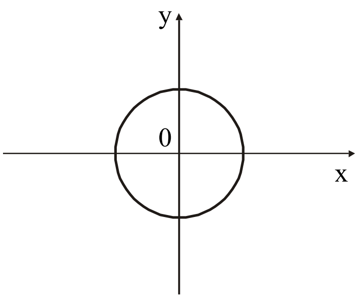
2. Για τη συνάρτηση $f(x) = e^x$, $x \in R$, ισχύει
$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$. **Σ** **Λ**

3. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ βρίσκεται κάτω από
τον άξονα x΄x. **Σ** **Λ**

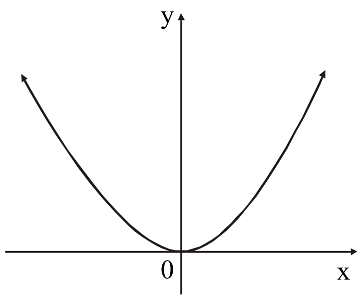
Β.

1. Από τα παρακάτω διαγράμματα, γραφική παράσταση συνάρτησης είναι το διάγραμμα

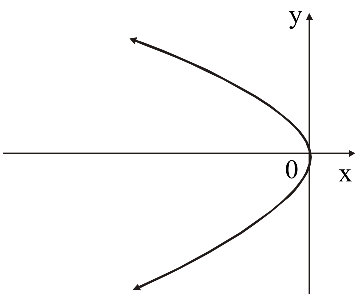
Α.



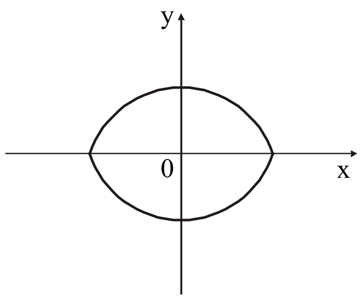
Β.



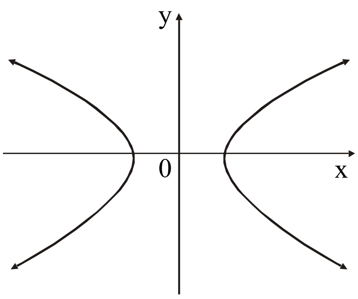
Γ.



Δ.



Ε.



2. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln(2x - 1)$ είναι το σύνολο

Α. R **Β.** $(-\infty, \frac{1}{2})$ **Γ.** $[\frac{1}{2}, +\infty)$

Δ. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ **Ε.** $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

3. Το πλήθος των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^6 + x^4 + x^2 + 1$ με τον άξονα x΄x είναι

Α. 6 **Β.** 5 **Γ.** 4 **Δ.** 3 **Ε.** 0

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \kappa x^2 + \lambda x - 5$. Αν $f(1) = 8$ και $f(-1) = 4$, η τιμή της παράστασης $\kappa + 2\lambda$ είναι ίση με

Α. 0 **Β.** 8 **Γ.** 13 **Δ.** - 11 **Ε.** 11

5. Για τη συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ισχύει ότι

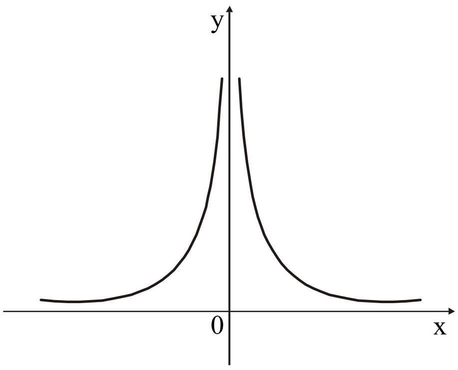
Α. είναι 1 - 1

Β. είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$

Γ. αντιστρέφεται

Δ. είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$

Ε. κανένα από τα προηγούμενα



Γ.

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{x+2}{x-2}$. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

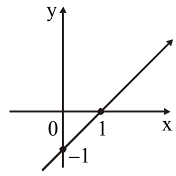
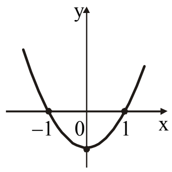
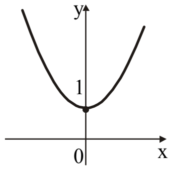
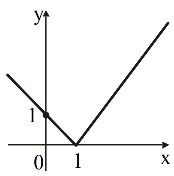
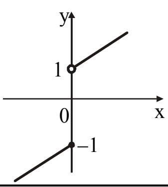
Στήλη Α	**Στήλη Β**
	α. $\dfrac{x^2+2}{x^2-2}$
1. $f(2x)$	**β.** $\dfrac{(x+2)^2}{(x-2)^2}$
2. $2f(x)$	**γ.** $\dfrac{2(x+2)}{x-2}$
3. $f(x^2)$	**δ.** $\dfrac{x+1}{x-1}$
4. $[f(x)]^2$	**ε.** $\dfrac{2x+4}{2x-4}$

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**	**4**

2. Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α στη γραφική της παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

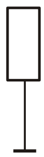
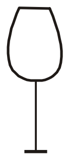
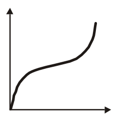
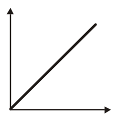
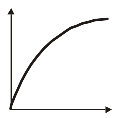
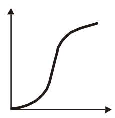
Πίνακας Ι

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $f(x) = x^2 - 1$	**α.** 
2. $f(x) = x - 1$	**β.** 
3. $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$	**γ.** 
4. $f(x) = \lvert x - 1 \rvert$	**δ.** 
	ε. 

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4

3. Στην πρώτη σειρά του παρακάτω πίνακα Ι βρίσκονται τέσσερα ποτήρια τα οποία γεμίζουμε με σταθερή παροχή με νερό. Στη δεύτερη σειρά υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις του ύψους του νερού σε κάθε δοχείο συναρτήσει του χρόνου. Αντιστοιχίστε στο κάθε ποτήρι το κατάλληλο διάγραμμα συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

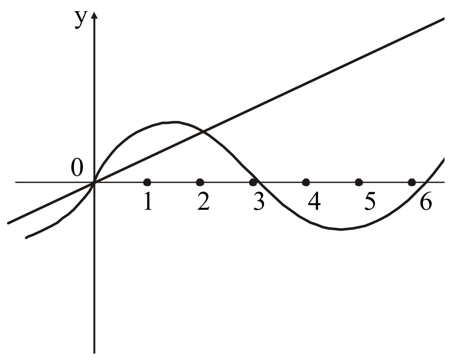
Πίνακας Ι			
 **1.**	 **2.**	 **3.**	 **4.**
 **α.**	 **β.**	 **γ.**	 **δ.**

Πίνακας ΙΙ			
1.	**2.**	**3.**	**4.**

Δ.

1. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f (x) = $\frac{1}{2}$ x και g (x) = ημx.

Να βρείτε στο ίδιο σχήμα τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h (x) = f (x) + g (x) για x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.



ΘΕΜΑ 2ο

Το εισιτήριο του τρένου που συνδέει δύο πόλεις κοστίζει 0 δρχ. για παιδιά μικρότερα των 3 ετών, 2.500 δρχ. για παιδιά από τριών ετών και άνω αλλά μικρότερα των 12 ετών και 6.000 δρχ. για κάθε άτομο από 12 ετών και άνω.

α) Να εκφράσετε την τιμή του εισιτηρίου ως συνάρτηση της ηλικίας.

β) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση.

Διδακτική Ενότητα: ***Όρια - Συνέχεια***

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{|x|}{x} - 1$.

Ισχύει $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0 = \lim_{x \to 0^-} f(x)$. **Σ** **Λ**

2. Αν για μια συνεχή συνάρτηση f στο R, ισχύει $f(x_1) = 1$ και $f(x_2) = 4$, τότε υπάρχει $x_0 \in (x_1, x_2)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = e$. **Σ** **Λ**

3. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 με $f(x_0) \neq 0$, τότε κοντά στο x_0 οι τιμές της f είναι ομόσημες του $f(x_0)$. **Σ** **Λ**

4. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x+1, & x<1 \\ 2-x^2, & x \geq 1 \end{cases}$. Ισχύει ότι η f είναι συνεχής στο R - {1}. **Σ** **Λ**

Β.

1. Αν $h(x) \le f(x) \le g(x)$ με $x \in (0, 2)$ και $\lim\limits_{x \to 1} h(x) = \lim\limits_{x \to 1} g(x) = 3$, τότε ισχύει ότι

Α. $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = \frac{3}{2}$ **Β.** $\lim\limits_{x \to 1} [f(x) - g(x)] = 3$

Γ. $\lim\limits_{x \to 1} [h(x) - f(x)] = 3$ **Δ.** $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 3$

Ε. τίποτα από τα παραπάνω

2. Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ και $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = +\infty$, τότε πάντοτε ισχύει ότι

Α. $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$ **Β.** $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = +\infty$

Γ. για το όριο της συνάρτησης $f \cdot g$ στο x_0 έχουμε απροσδιόριστη μορφή

Δ. $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] > 0$ **Ε.** $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] < 0$

3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R η οποία είναι συνεχής και 1 - 1. Τότε η f

Α. είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα

Β. δεν μπορεί να είναι άρτια

Γ. είναι πάντοτε περιττή

Δ. $f(1) = f(-1)$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

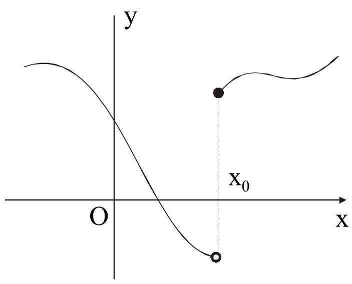
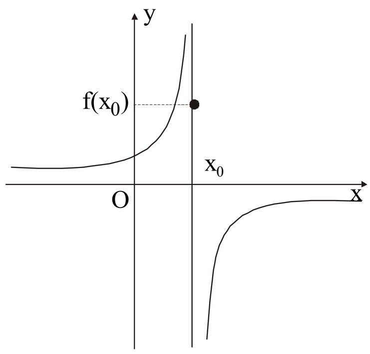
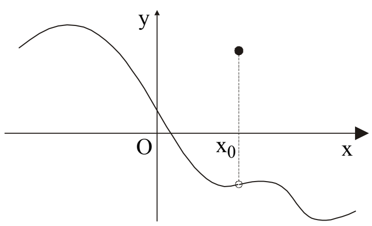
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{4x^2 + 7}$. Η τιμή $f(10^{2004})$ προσεγγίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια από τον αριθμό

Α. 1,4 **Β.** 10^4 **Γ.** 0,75 **Δ.** 0,25 **Ε.** $\frac{1}{7}$

Γ.

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα ΙΙ ώστε σε κάθε γραφική παράσταση από τη στήλη Α του πίνακα Ι να αντιστοιχούν οι σχέσεις που ισχύουν από τη στήλη Β.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$ **β.** $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$
2. 	**γ.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0) \neq \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ **δ.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0) \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ **ε.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$
3. 	

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**

2. Δίνεται μια συνάρτηση f συνεχής και γνησίως φθίνουσα σ' ένα διάστημα Δ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
πεδίο ορισμού	***σύνολο τιμών***
1. $\Delta = [\alpha, \beta]$	**α.** $(\lim\limits_{x\to\beta} f(x), \lim\limits_{x\to\alpha} f(x))$
2. $\Delta = [\alpha, \beta)$	**β.** $[f(\alpha), \lim\limits_{x\to\beta} f(x))$
3. $\Delta = (\alpha, \beta]$	**γ.** $(\lim\limits_{x\to\beta} f(x), f(\alpha)]$
4. $\Delta = (\alpha, \beta)$	**δ.** $[f(\beta), f(\alpha)]$
	ε. $[f(\beta), \lim\limits_{x\to\alpha} f(x))$
	ζ. $(\lim\limits_{x\to\alpha} f(x), f(\beta)]$

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**	**4**

Δ.

1. Αν κ, λ, μ, ν, ξ είναι τα όρια στο $x_0 = 1$ των συναρτήσεων f, g, h, φ, s αντιστοίχως και ισχύει:

$$h(x) \le g(x) \le f(x) \le s(x) \le \varphi(x) \qquad \text{για κάθε } x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

να διατάξετε τους αριθμούς κ, λ, μ, ν, ξ από το μικρότερο (ή ίσο) προς το μεγαλύτερο.

2. Οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες στο R, συνεχείς και ισχύει: f γνησίως αύξουσα, g γνησίως φθίνουσα και f (2) = g (2). Να διατάξετε σε μία σειρά από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη τις παρακάτω διαφορές:

α) f (e) - g (e) **β)** f (π) - g (π) **γ)** f (0) - g (0)
δ) f (2) - g (2) **ε)** f (3) - g (3)

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Β. Να βρείτε το όριο: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(\mu - 2)x^3 + (\mu + 1)x + 1}{\mu x^2 + 1}$, αν $\mu \in R$.

Γ. Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^3 - 6x^2 + 3 = 0$ έχει δύο τουλάχιστον ρίζες στο διάστημα (- 1, 1).