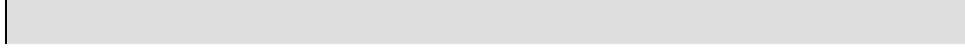


## ΜΕΡΟΣ Β': ΑΝΑΛΥΣΗ





**Κεφάλαιο 1ο**  
**I. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

**Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»**

1. \* Αν  $A = \mathbb{N} - \{0, 1\}$ , τότε η αντιστοιχία  $f: A \rightarrow \{0, 1\}$  με
 
$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν το } x \text{ είναι πρώτος αριθμός} \\ 1, & \text{αν το } x \text{ είναι σύνθετος αριθμός} \end{cases}$$
 είναι συνάρτηση. Σ    Λ
2. \* Για τη συνάρτηση  $f(x) = \ln x$ ,  $x > 0$ , ισχύει  $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$  για κάθε  $x, y > 0$ . Σ    Λ
3. \* Για τη συνάρτηση  $f(x) = e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , ισχύει  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  για κάθε  $x, y \in \mathbb{R}$ . Σ    Λ
4. \* Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $|f|$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ . Σ    Λ
5. \* Δίνεται η συνάρτηση  $y = f(x)$ . Οι τετμημένες των σημείων τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $x'x$  μπορούν να βρεθούν, αν θέσουμε όπου  $y = 0$  και λύσουμε την εξίσωση. Σ    Λ
6. \* Δύο συναρτήσεις  $f, g$  είναι ίσες, αν υπάρχουν κάποια  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε να ισχύει  $f(x) = g(x)$ . Σ    Λ
7. \* Για να ορίζονται το άθροισμα και το γινόμενο δύο συναρτήσεων  $f$  και  $g$  θα πρέπει τα πεδία ορισμού τους να έχουν κοινά στοιχεία. Σ    Λ
8. \*\* Αν η συνάρτηση  $f$  είναι 1 - 1, οι συναρτήσεις  $g, h$  έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $f(g(x)) = f(h(x))$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε οι συναρτήσεις  $g$  και  $h$  είναι ίσες. Σ    Λ
9. \* Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ ,  $x \neq 0$ , είναι σταθερή. Σ    Λ
10. \* Αν το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το διάστημα  $(\alpha, \beta)$ , τότε η  $f$

- δεν έχει ελάχιστο ούτε μέγιστο. Σ Λ
11. \* Μια συνάρτηση  $f$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , είναι γνησίως αύξουσα και έχει σύνολο τιμών το  $(0, +\infty)$ . Τότε η συνάρτηση  $\frac{1}{f}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ . Σ Λ
12. \*\* Δίνεται συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα διάστημα  $\Delta$ . Αν ο λόγος  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$  είναι θετικός για κάθε  $x_1, x_2 \in \Delta$ , με  $x_1 \neq x_2$ , τότε η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ . Σ Λ
13. \*\* Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η συνάρτηση  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ . Σ Λ
14. \*\* Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο σύνολο  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ . Σ Λ
15. \*\* Αν μια περιττή συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο  $x_0$ , τότε θα παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο  $-x_0$ . Σ Λ
16. \*\* Αν μια άρτια συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο  $x_0$ , τότε παρουσιάζει το ίδιο είδος ακροτάτου στο σημείο  $-x_0$ . Σ Λ
17. \* Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι άρτια, τότε είναι  $1-1$ . Σ Λ
18. \* Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι  $1-1$ , τότε είναι πάντοτε περιττή. Σ Λ
19. \* Η συνάρτηση  $f(x) = x^v$ ,  $v \in \mathbb{N}^*$  είναι:
- i) άρτια, αν ο  $v$  είναι άρτιος Σ Λ
- ii) περιττή, αν ο  $v$  είναι περιττός. Σ Λ
20. \*\* Αν η συνάρτηση  $f$  είναι  $1-1$ , τότε ισχύουν:
- i)  $f(f^{-1}(x)) = x$  για κάθε  $x$  που ανήκει στο σύνολο τιμών της  $f$  Σ Λ
- ii)  $f^{-1}(f(x)) = x$  για κάθε  $x \in D_f$ . Σ Λ
21. \* Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [0, +\infty)$ . Τότε κάθε κοινό σημείο των γραφικών παραστάσεων των  $C_f$  και  $C_{f^{-1}}$  ανήκει στην ευθεία  $y = x$ . Σ Λ

22. \* Αν μια συνάρτηση είναι άρτια, τότε υπάρχει η αντίστροφή της. Σ Λ
23. \* Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  τότε ισχύει ότι:
- i)  $f \circ g = f \cdot g$  Σ Λ
- ii)  $f \circ g = g \circ f$  Σ Λ
24. \*\* Δίνεται μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  και μια συνάρτηση  $I$ , για την οποία ισχύει  $I(x) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Τότε ισχύει  $(I \circ f)(x) = (f \circ I)(x)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Σ Λ
25. \*\* Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι γνησίως μονότονες στο  $\mathbb{R}$ , τότε η συνάρτηση  $g \circ f$  είναι:
- i) γνησίως αύξουσα, αν οι  $f, g$  έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας Σ Λ
- ii) γνησίως φθίνουσα, αν οι  $f, g$  έχουν διαφορετικό είδος μονοτονίας. Σ Λ
26. \*\* Αν η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$  με  $f(x) < 0$  για κάθε  $x \in \Delta$ , τότε η συνάρτηση  $f^2$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $\Delta$ . Σ Λ
27. \* Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι 1 - 1 στο  $\mathbb{R}$ , τότε και η συνάρτηση  $g \circ f$  είναι 1 - 1 στο  $\mathbb{R}$ . Σ Λ