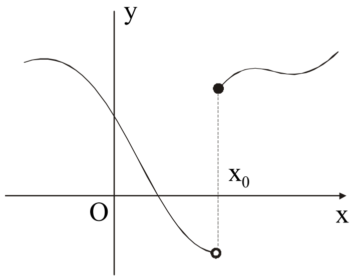
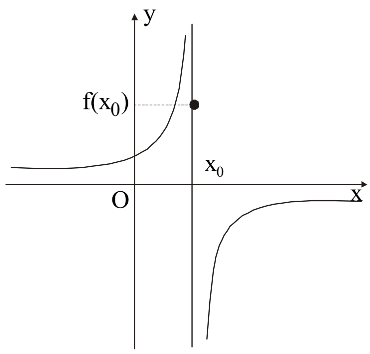
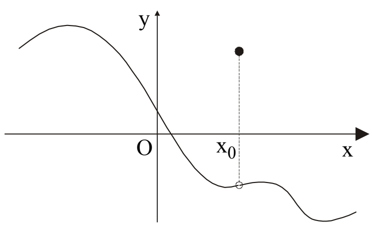
Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. ** Να συμπληρώσετε τον πίνακα ΙΙ, ώστε σε κάθε γραφική παράσταση από τη στήλη Α του πίνακα Ι να αντιστοιχούν οι σχέσεις που ισχύουν από τη στήλη Β.

Πίνακας Ι

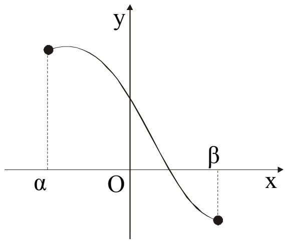
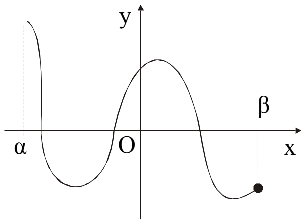
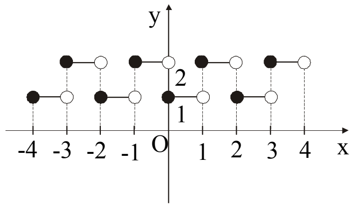
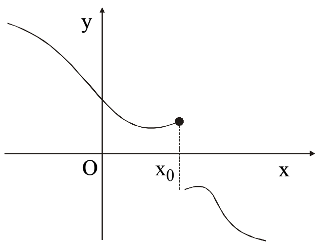
Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$ **β.** $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$
2. 	**γ.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0) \neq \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ **δ.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0) \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ **ε.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$
3. 	

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**

2. ** Να αντιστοιχίσετε κάθε γραφική παράσταση συνάρτησης που φαίνεται στη στήλη Α με μία μόνο ιδιότητα που περιγράφεται στη στήλη Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

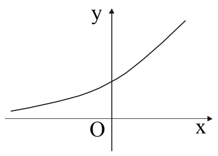
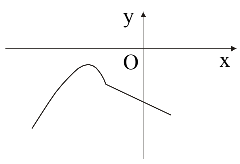
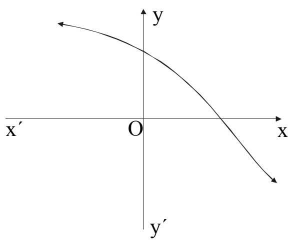
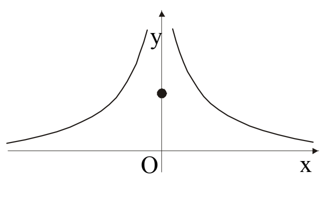
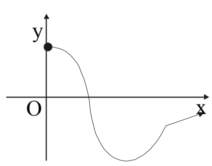
Στήλη Α	**Στήλη Β**
1.  **2.**  **3.**  **4.** 	**α.** περιοδική **β.** άρτια **γ.** “1 - 1” και συνεχής στο [α, β] **δ.** συνεχής στο (α, β] **ε.** γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, x_0]$ και $(x_0, +\infty)$ **ζ.** γνησίως αύξουσα

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**	**4**

3. ** Να αντιστοιχίσετε κάθε γραφική παράσταση συνάρτησης που φαίνεται στη στήλη Α με την ιδιότητα ή το συμβολισμό που περιγράφεται στη στήλη Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

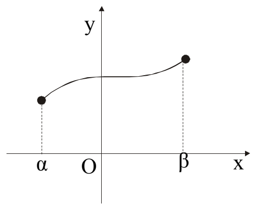
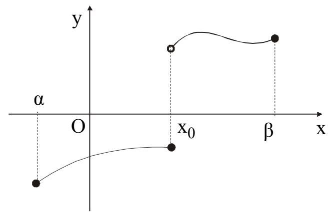
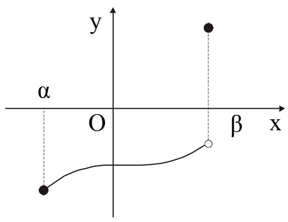
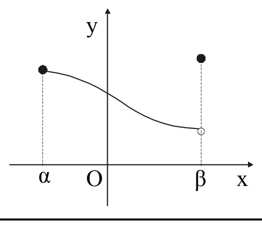
Στήλη Α	Στήλη Β
1. 	**α.** η f δεν είναι συνεχής στο 0
2. 	**β.** η f έχει πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$
	γ. η f είναι γνησίως αύξουσα
	δ. $f(x) < 0$
3. 	**ε.** η f είναι γνησίως φθίνουσα
	ζ. η f είναι περιττή
	η. $f(-1) = 0$
4. 	
5. 	

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4	5

4. ** Για τις συναρτήσεις που οι γραφικές τους παραστάσεις φαίνονται στη στήλη Α του πίνακα Ι, κάποια ή κάποιες από τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano στο διάστημα [α, β] δεν ισχύουν. Οι συνθήκες αυτές φαίνονται στη στήλη Β. Να γίνει αντιστοίχιση, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

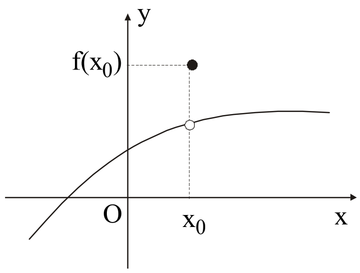
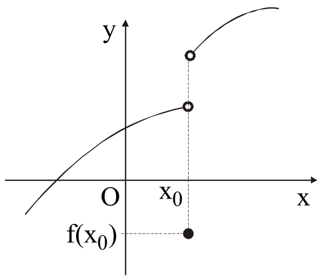
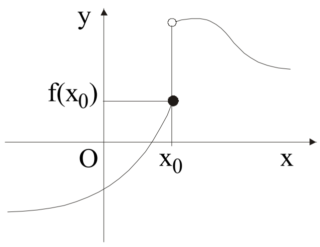
Στήλη Α	**Στήλη Β**
1.  **2.**  **3.**  **4.** 	**α.** $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$ **β.** f συνεχής στο x_0 **γ.** f συνεχής στο α **δ.** $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$ και f συνεχής στο β **ε.** f συνεχής στο β

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**	**4**

5. ** Να συμπληρώσετε τον πίνακα II, έτσι ώστε σε κάθε γραφική παράσταση συνάρτησης της στήλης Α του πίνακα I, να αντιστοιχεί η σχέση που ισχύει από τη στήλη Β.

Πίνακας I

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0) \neq \lim_{x \to x_0^+} f(x)$ **β.** $\lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$
2. 	**γ.** $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$ **δ.** $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$ **ε.** $\lim_{x \to x_0^-} f(x) \neq \lim_{x \to x_0^+} f(x)$
3. 	

Πίνακας II

1	2	3

6. ** Δίνεται μια συνάρτηση f συνεχής και γνησίως φθίνουσα σ' ένα διάστημα Δ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
πεδίο ορισμού	***σύνολο τιμών***
1. $\Delta = [\alpha, \beta]$	**α.** $(\lim\limits_{x \to \beta} f(x), \lim\limits_{x \to \alpha} f(x))$
2. $\Delta = [\alpha, \beta)$	**β.** $[f(\alpha), \lim\limits_{x \to \beta} f(x))$
3. $\Delta = (\alpha, \beta]$	**γ.** $(\lim\limits_{x \to \beta} f(x), f(\alpha)]$
4. $\Delta = (\alpha, \beta)$	**δ.** $[f(\beta), f(\alpha)]$
	ε. $[f(\beta), \lim\limits_{x \to \alpha} f(x))$
	ζ. $(\lim\limits_{x \to \alpha} f(x), f(\beta)]$

Πίνακας ΙΙ

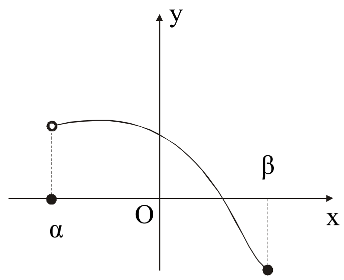
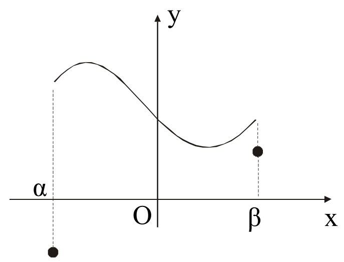
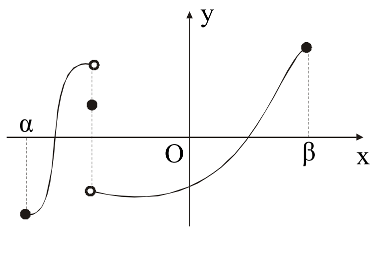
1	**2**	**3**	**4**

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. ** Στη στήλη Α σημειώνεται μία απροσδιόριστη μορφή. Στη στήλη Β δίνεται ένα παράδειγμα που αναφέρεται σ' αυτήν τη μορφή. Συμπληρώστε τη στήλη Γ με ένα άλλο παράδειγμα που να δίνει διαφορετικό αποτέλεσμα από αυτό που έχει δοθεί.

Στήλη Α ***μορφή***	**Στήλη Β** ***παράδειγμα που δίνεται***	**Στήλη Γ** ***παράδειγμα που ζητείται***
$\frac{0}{0}$	$f(x) = x^2 - 1$ $g(x) = x + 1$ $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x)}{g(x)} = -2$	
$\frac{\infty}{\infty}$	$f(x) = 2x + 1$ $g(x) = x + 3$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$	
$0 \cdot \infty$	$f(x) = x^2$ $g(x) = \frac{1}{x^4}$ $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to 0} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$	

2. ** Να συμπληρώσετε δίπλα σε κάθε γραφική παράσταση ποια ή ποιες από τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano δεν ισχύουν. Σε ποιες περιπτώσεις (παρότι δεν ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις) η εξίσωση f (x) = 0 έχει λύση;

Ερωτήσεις διάταξης

1. * Αν κ, λ, μ, ν, ξ είναι τα όρια στο $x_0 = 1$ των συναρτήσεων f, g, h, φ, s αντιστοίχως και ισχύει:

$$h(x) \le g(x) \le f(x) \le s(x) \le \varphi(x) \qquad \text{για κάθε } x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

να διατάξετε τους αριθμούς κ, λ, μ, ν, ξ από το μικρότερο (ή ίσο) προς το μεγαλύτερο.

2. * Οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες στο R, συνεχείς και ισχύει: f γνησίως αύξουσα, g γνησίως φθίνουσα και f (2) = g (2). Να διατάξετε σε μία σειρά από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη τις παρακάτω διαφορές:

α) f (e) - g (e) **β)** f (π) - g (π) **γ)** f (0) - g (0)

δ) f (2) - g (2) **ε)** f (3) - g (3)