

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. \* Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  έχει εφαπτομένη στο  $x_0$  την ευθεία  $y = \alpha x + \beta$ , με  $\alpha \neq 0$ , όταν
- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \alpha \in \mathbb{R}$
- B. η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$
- Γ. η  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0$
- Δ. το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  είναι  $+\infty$
- Ε. το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  είναι  $-\infty$
2. \* Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο  $A(x_0, f(x_0))$ , όταν
- A. η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$
- B. το  $x_0$  είναι άκρο του πεδίου ορισμού της  $f$
- Γ.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \neq 0$
- Δ. είναι  $f'(x_0) = 0$
- Ε.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$  ή  $-\infty$
3. \* Αν  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$ , τότε
- A. η  $f$  δεν ορίζεται στο  $x_0 = 0$       B.  $f'(0) = 2$       Γ.  $f'(2) = 0$
- Δ. η  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$       Ε. δεν ισχύει κανένα από τα παραπάνω
4. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = -x^3 + 5$  στο σημείο  $A(1, 4)$  είναι
- A. 5      B. -5      Γ. -3      Δ. 3      Ε. 2

5. \* Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε

A. το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

B. το  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  δεν υπάρχει

Γ. το  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  είναι  $+\infty$  ή  $-\infty$

Δ. τα όρια  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  είναι άνισα

Ε. το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  είναι  $+\infty$  ή  $-\infty$

6. \* Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $x \in [0, +\infty)$  είναι παραγωγίσιμη

A. στο πεδίο ορισμού της

B. στο  $x_0 = 0$

Γ. στο  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

Δ. στο  $(0, +\infty)$

Ε. σε κανένα σημείο του πεδίου ορισμού της

7. \* Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  με  $f'(x_0) = 0$ , τότε η γραφική της παράσταση στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  δέχεται

A. κατακόρυφη εφαπτομένη

B. καμία εφαπτομένη

Γ. οριζόντια εφαπτομένη

Δ. εφαπτομένη της μορφής  $y = ax + \beta$ ,  $a \neq 0$

Ε. εφαπτομένη με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = 1$

8. \* Η γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$  είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε **λάθος** είναι ότι

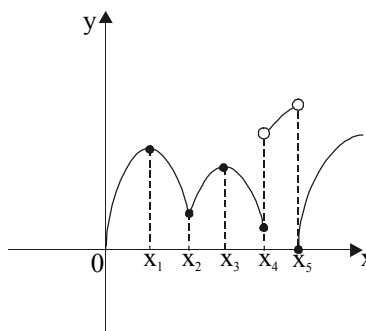
A. η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_1$

B. η  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_2$

Γ. η  $C_f$  δέχεται εφαπτομένη στο  $x_3$

Δ. η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_4$

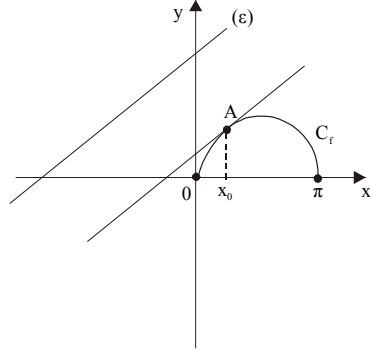
Ε. η  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_5$



9. \*\* Η γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης  $f(x) = \eta\mu x$ ,  $x \in [0, \pi]$  και της ευθείας  $(\varepsilon)$  με συντελεστή διεύθυνσης

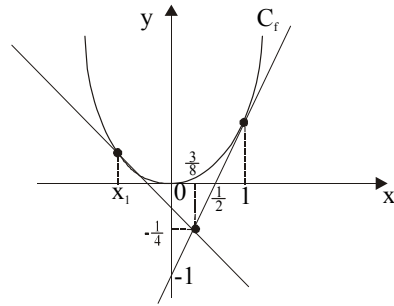
$\lambda = \frac{1}{2}$ , φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  στο οποίο η εφαπτομένη της  $C_f$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $(\varepsilon)$  έχει τετμημένη

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       Γ.  $\frac{\pi}{3}$       Δ.  $\frac{\pi}{2}$       E.  $\frac{3\pi}{4}$



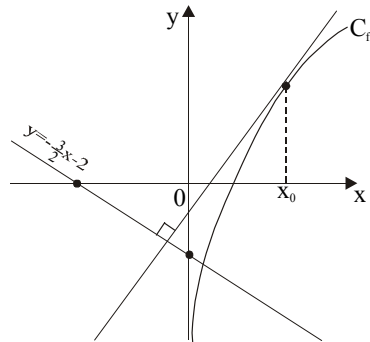
10. \*\* Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2$  και οι εφαπτομένες στα σημεία της με τετμημένες 1 και  $x_1$ . Αν οι εφαπτομένες αυτές είναι κάθετες, τότε το  $x_1$  είναι

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{4}$       Γ.  $-\frac{1}{3}$       Δ.  $-\frac{3}{2}$       E.  $-1$



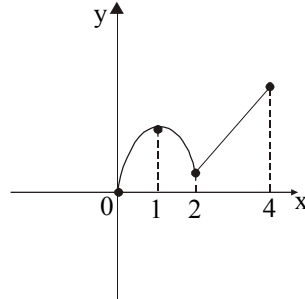
11. \*\* Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = \ln x$  στο σημείο  $(x_0, f(x_0))$  είναι κάθετη στην ευθεία  $y = -\frac{3}{2}x - 2$ . Το  $x_0$  είναι

- A.  $\frac{5}{4}$       B.  $\frac{3}{2}$       Γ. 2



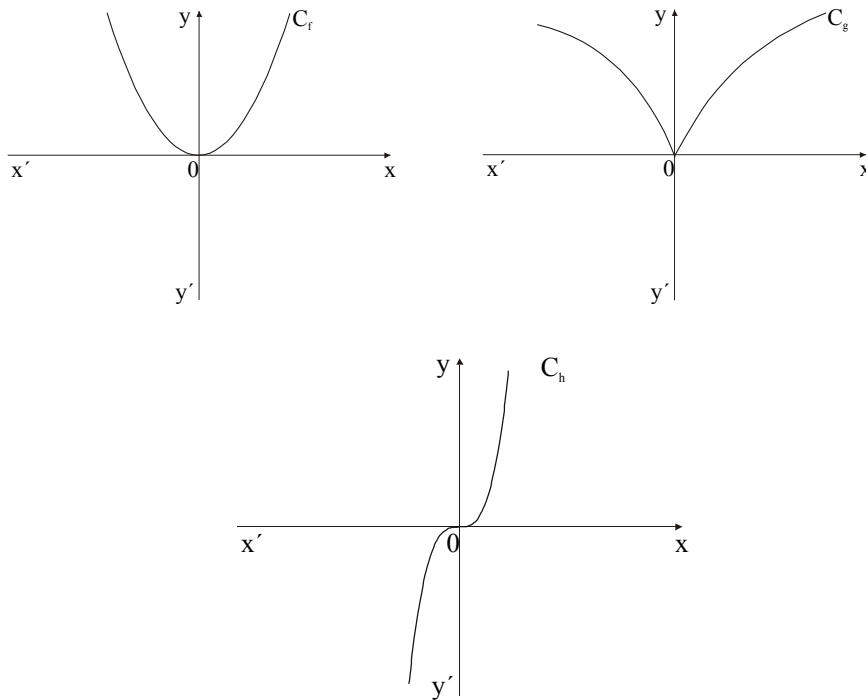
$\Delta. \frac{5}{2}$      **E. 3**

12. \* Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η εξίσωση  $f'(x) = 0$  έχει λύση την
- A.  $x = 0$**
  - B.  $x = 1$**
  - Γ.  $x = 2$**
  - Δ.  $x = 4$**
  - E. καμία από τις παραπάνω**



13. \* Οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $f'(x_0) = g'(x_0)$  για κάποιο  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Τότε
- A.  $f(x_0) = g(x_0)$**
  - B.  $x_0 \neq 0$**
  - Γ. οι εφαπτομένες των  $C_f, C_g$  στα  $(x_0, f(x_0))$  και  $(x_0, g(x_0))$  αντίστοιχα, είναι παράλληλες**
  - Δ.  $f''(x_0) = g''(x_0)$**
  - E.  $f'(x) = g'(x)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .**
14. \* Η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $f'(x_0) = 2$ . Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $(x_0, f(x_0))$  με τον άξονα  $x'x$  είναι περίπου
- A.  $-64^\circ$**
  - B.  $27,3^\circ$**
  - Γ.  $63,4^\circ$**
  - Δ.  $89^\circ$**
  - E.  $106,4^\circ$**

15. \* Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g, h$  των οποίων οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Στο σημείο  $x_0 = 0$  δεν είναι παραγωγίσιμη η συνάρτηση

- A.  $f$       B.  $g$       Γ.  $h$       Δ. όλες      Ε. καμία

16. \*\* Για τη συνεχή συνάρτηση  $f$  στο  $\mathbb{R}$ , ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ . Από

τις παρακάτω προτάσεις δεν είναι σωστή η

A. Η  $C_f$  έχει κατακόρυφη εφαπτομένη στο  $(x_0, f(x_0))$  την ευθεία  $x = x_0$

B.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = +\infty$

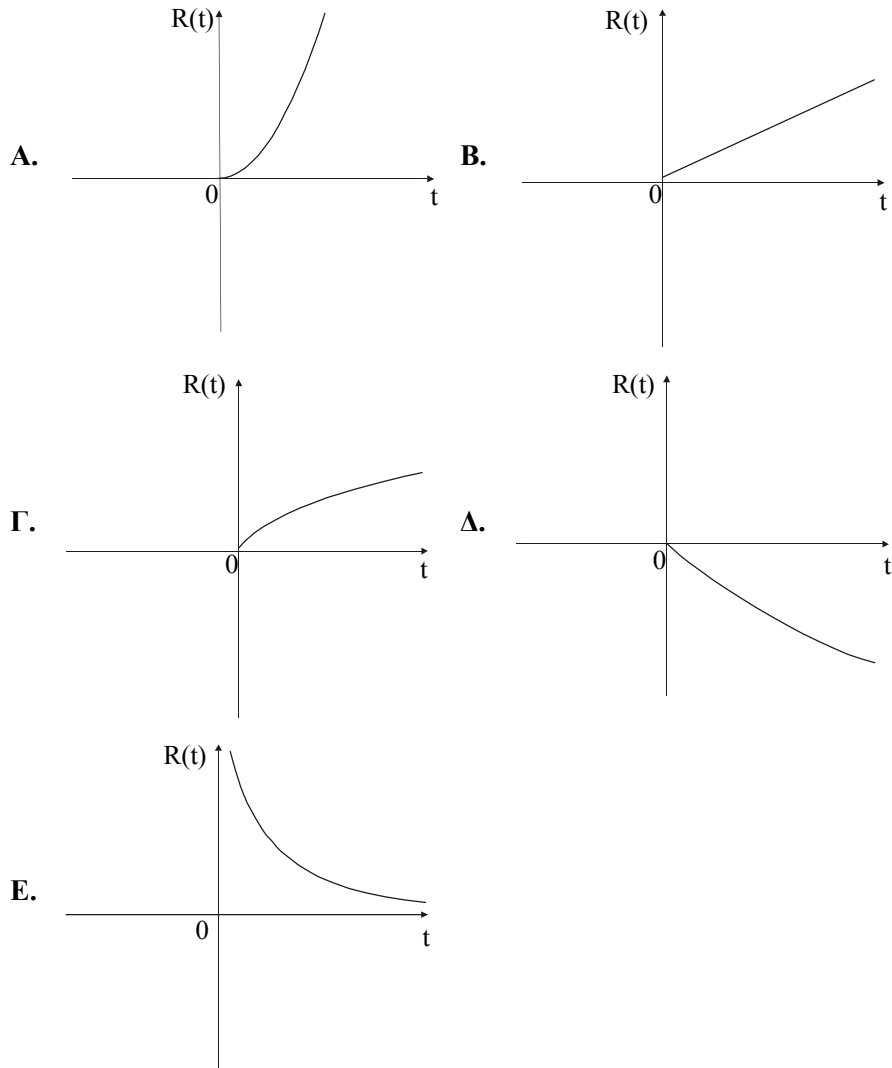
Γ. Η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$

Δ. Δεν ορίζεται η  $f'(x_0)$

E.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

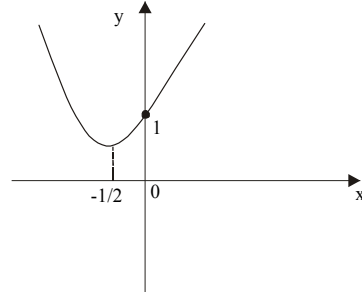
17. \*\* Ο τύπος  $(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0)$  ισχύει, όταν
- A. οι  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $x_0$
  - B. η  $g$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  και η  $f$  παραγωγίσιμη στο  $g(x_0)$
  - Γ. η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  και η  $g$  παραγωγίσιμη στο  $f(x_0)$
  - Δ. οι  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $g(x_0)$
  - E. οι  $f$  και  $g$  είναι συνεχείς στο  $g(x_0)$
18. \* Από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει παράγωγο την συνάρτηση  $f(x) = -3\eta\mu 3x$  η
- A.  $g(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x$
  - B.  $h(x) = \sigma\upsilon\nu x^3$
  - Γ.  $\varphi(x) = 3\sigma\upsilon\nu x$
  - Δ.  $s(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$
  - E.  $\sigma(x) = \sigma\upsilon\nu \frac{x}{3}$
19. \* Από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει παράγωγο την συνάρτηση  $f(x) = \alpha^x \ln \alpha$ ,  $\alpha > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , η
- A.  $x^\alpha$
  - B.  $\log_\alpha x$
  - Γ.  $e^{\alpha \ln x}$
  - Δ.  $\log x^\alpha$
  - E.  $\alpha^x$
20. \* Για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f, g$  στο διάστημα  $[0, \pi]$  ισχύει  $g(x) = f(\eta\mu x)$ . Η τιμή  $g'(\frac{\pi}{2})$  είναι ίση με
- A. 1
  - B.  $f'(1)$
  - Γ. 0
  - Δ.  $f'(\frac{\pi}{2})$
  - E.  $\frac{\pi}{2} f'(\frac{\pi}{2})$
21. \* Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x - 1$ . Η 5η παράγωγος της  $f$  είναι
- A. -1
  - B. 4
  - Γ.  $x$
  - Δ. 0
  - E. 24
22. \* Αν  $f(x) = e^{2x}$ , τότε η  $f^{(v)}(x)$  θα ισούται με
- A.  $e^{2x}$
  - B.  $e^{vx}$
  - Γ.  $(e^{2x})^v$
  - Δ.  $2^v e^{2x}$
  - E.  $ve^{2x}$

23. \*\* Ένα σφαιρικό μπαλόνι φουσκώνει με σταθερή παροχή αέρα. Τότε η ακτίνα του  $R$  συναρτήσει του χρόνου μπορεί να δίνεται από τη γραφική παράσταση



24. \* Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγωγίσιμης συνάρτησης

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$$



Η εφαπτομένη της στο σημείο  $(0, 1)$  είναι η ευθεία

- A.**  $y = -x + 1$       **B.**  $y = x + 1$       **Γ.**  $y = 1$   
**Δ.**  $x = 0$       **Ε.** καμία από τις παραπάνω

25. \* Οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι δυο φορές παραγωγίσιμες στο κοινό πεδίο ορισμού τους  $\mathbb{R}$ . Για να έχουν κοινή εφαπτομένη στο  $A(1, 2)$ , από τις παρακάτω συνθήκες:

- I.**  $f'(1) = g'(1)$       **II.**  $f(1) = g(1)$   
**III.**  $f, g$  συνεχείς στο  $x_0 = 1$       **IV.**  $f''(1) = g''(1)$   
 απαραίτητες είναι  
**A.** μόνο η I      **B.** μόνο η II      **Γ.** οι I και II  
**Δ.** οι II και IV      **Ε.** όλες