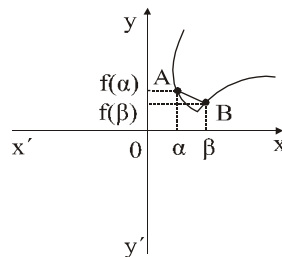


Κεφάλαιο 2ο:	ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ	2ο ΜΕΡΟΣ
---------------------	----------------------------	-----------------

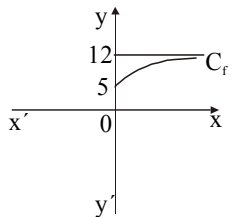
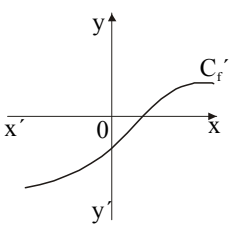
Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»
--

- | | | |
|--|----------|----------|
| 1. * Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $f(\alpha) \neq f(\beta)$,
$\alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha < \beta$, τότε ισχύει $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$. | Σ | Λ |
| 2. * Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $x_0 \in \mathbb{R}$, τότε
για κάθε $x \in \mathbb{R}$ υπάρχει $\xi \in \mathbb{R}$ ώστε $f(x) - f(x_0) = f'(\xi)(x - x_0)$. | Σ | Λ |
| 3. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και
παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β) , τότε υπάρχει ένα μόνο
$\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(\alpha) - f(\beta) = f'(\xi)(\alpha - \beta)$. | Σ | Λ |
| 4. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$,
παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β) και $f(\alpha) = f(\beta)$, τότε
υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο x_0 εσωτερικό του
διαστήματος $[\alpha, \beta]$, στο οποίο η εφαπτομένη του
διαγράμματος της f είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$. | Σ | Λ |
| 5. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και
παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β) , τότε υπάρχει ένα
τουλάχιστον σημείο $x_0 \in (\alpha, \beta)$ στο οποίο η εφαπτομένη της
C_f είναι παράλληλη προς την ευθεία που διέρχεται από τα
σημεία $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$. | Σ | Λ |
| 6. * Αν f είναι μια πολυωνυμική συνάρτηση, τότε μεταξύ δύο
ρίζων της f , υπάρχει τουλάχιστον μια ρίζα της f' . | Σ | Λ |
| 7. ** Αν f είναι μια πολυωνυμική συνάρτηση, τότε μεταξύ δύο
διαδοχικών ριζών της f' , υπάρχει το πολύ μια ρίζα της f . | Σ | Λ |
| 8. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα
$[\alpha, \beta]$, τότε υπάρχει εφαπτομένη της C_f στο $A(x_0, f(x_0))$, με
$x_0 \in (\alpha, \beta)$, με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$. | Σ | Λ |

9. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος μέσης τιμής για την f . Σ Λ
10. * Υπάρχουν συναρτήσεις για τις οποίες ισχύει το συμπέρασμα του θεωρήματος Rolle, χωρίς να ισχύουν (όλες) οι υποθέσεις του θεωρήματος. Σ Λ
11. * Αν για μια συνάρτηση ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος του Fermat, τότε υπάρχει x_0 ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $(x_0, f(x_0))$ να είναι παράλληλη με τον άξονα x' . Σ Λ
12. * Αν για μια συνάρτηση f εφαρμόζεται το θεώρημα Rolle στο $[\alpha, \beta]$, τότε εφαρμόζεται και το θεώρημα της μέσης τιμής, στο ίδιο διάστημα. Σ Λ
13. * Για τη συνάρτηση του σχήματος, υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο $M(\xi, f(\xi))$ της C_f με $\xi \in (\alpha, \beta)$, όπου η εφαπτομένη της f , να είναι παράλληλη με την AB . Σ Λ

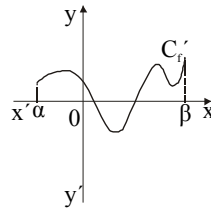


14. * Αν $f'(x) = (x + 3)x^2$, τότε το $x_0 = -3$ είναι θέση τοπικού ελάχιστου. Σ Λ
15. * Για τη συνάρτηση $f(x) = 3x^2$, $x \in [-3, 2]$, υπάρχει μόνο ένα τοπικό ακρότατο. Σ Λ
16. * Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$, υπάρχει τουλάχιστον ένα τοπικό ελάχιστο μεγαλύτερο από κάποιο τοπικό μέγιστο. Σ Λ
17. * Δίνεται μια συνεχής συνάρτηση f , με $f'(x) > 0$ για $2 < x < 7$. Αν $f(3) = 5$, τότε μπορεί να ισχύει $f(5) = 4$. Σ Λ
18. * Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x + 2e^x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = \frac{\pi}{3}$. Σ Λ
19. * Αν $f'(x) = e^{-x^2+16}$, τότε η f δεν μπορεί να έχει τοπικά ακρότατα. Σ Λ

20. * Η συνάρτηση του σχήματος έχει θετική παράγωγο για κάθε $x \in (0, +\infty)$.
- 
21. * Δίνονται οι συναρτήσεις f, g που είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους. Αν σ' ένα σημείο x_0 παρουσιάζουν και οι δυο τοπικό μέγιστο, τότε και η συνάρτηση $f + g$, εφόσον ορίζεται, θα παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 .
22. * Αν μια άρτια συνάρτηση έχει στο x_0 τοπικό ελάχιστο, τότε στο $-x_0$ θα έχει τοπικό μέγιστο.
23. * Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , και η γραφική παράσταση της f' είναι αυτή του σχήματος, τότε η f δεν είναι γνησίως μονότονη.
- 
24. * Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(x) < 0, x \in \mathbb{R}$, τότε $f(x) < 0, x \in \mathbb{R}$.
25. * Αν για τη συνάρτηση f που είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , ισχύει $f'(5) = 0$, τότε η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 5$.
26. * Μια περιοδική συνάρτηση f μπορεί να έχει ένα μόνο τοπικό ακρότατο.
27. * Για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$, ισχύει $f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ για κάθε $x \neq 0$. Επομένως η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}^* .
28. * Αν μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} , τότε θα ισχύει $f'(x) \leq 0$.
29. * Αν για μια παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} συνάρτηση f , ισχύει $f'(x) = e^x \ln 4$, τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.
30. * Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f , μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .

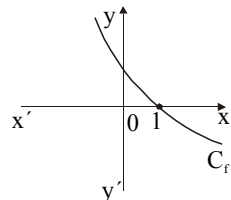
31. * Μια συνάρτηση f μπορεί να έχει τοπικό ακρότατο και σε σημείο x_0 , στο οποίο δεν είναι συνεχής. Σ Λ
32. * Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο x_0 , τότε ισχύει $f'(x_0) = 0$. Σ Λ
33. * Αν η παράγωγος μιας συνάρτησης είναι μηδέν σε ένα διάστημα Δ , τότε η συνάρτηση είναι σταθερή στο Δ . Σ Λ
34. * Αν στο εσωτερικό σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της f ισχύει ότι $f'(x_0) = 0$, τότε το x_0 είναι τοπικό ακρότατο της f . Σ Λ
35. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$, τότε πιθανά ακρότατα της f είναι
- α) τα σημεία του διαστήματος (a, β) στα οποία η f' μηδενίζεται Σ Λ
- β) τα σημεία του διαστήματος (a, β) στα οποία η f δεν παραγωγίζεται Σ Λ
- γ) τα άκρα του $[a, \beta]$. Σ Λ

36. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της f' μιας συνάρτησης f . Τότε η f έχει δύο τουλάχιστον θέσεις τοπικών ακροτάτων.



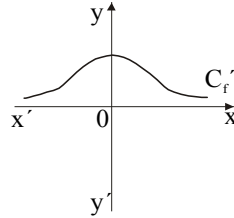
37. * Αν $f'(x) = (x - 1)^2$, τότε το σημείο $x_0 = 1$ είναι θέση τοπικού ακροτάτου της f . Σ Λ
38. * Αν $f'(x) = |x - 1|$, τότε το σημείο $x_0 = 1$ είναι τοπικό ακρότατο της f . Σ Λ
39. * Αν $f'(x) = x^2 + 1$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ μια ρίζα. Σ Λ
40. * Αν $f'(x) = x^2 - 5x + 6$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[2, 3]$. Σ Λ

41. * Αν το διάγραμμα $C_{f'}$ της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f έχει ακρότατο στο $x_0 = 1$.



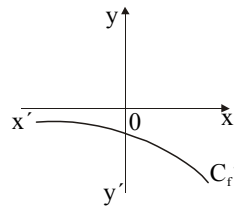
Σ Λ

42. * Αν το διάγραμμα C_f' της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .



Σ Λ

43. * Αν το διάγραμμα C_f' της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

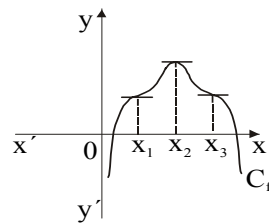


Σ Λ

44. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο (α, β) με $f(\alpha) = f(\beta)$ και $f''(x) > 0$, για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει μια μόνο ρίζα στο (α, β) .

Σ Λ

45. * Η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε:



- α) το x_1 είναι σημείο καμπής
β) το x_2 είναι σημείο καμπής
γ) το x_3 είναι σημείο καμπής

Σ Λ

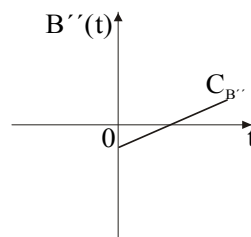
Σ Λ

Σ Λ

46. * Αν $f''(x) = (x - 2)^2$, τότε η f έχει σημείο καμπής στο $x_0 = 2$.

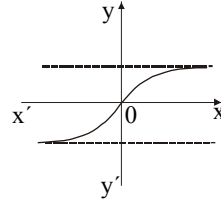
Σ Λ

47. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της $B''(t)$, όπου $B(t)$ είναι η συνάρτηση του βάρους κάποιου ανθρώπου που βρίσκεται σε δίαιτα, μετά από χρόνο t . Τότε ο ρυθμός μείωσης του βάρους, στην αρχή μειώνεται και μετά αυξάνει.



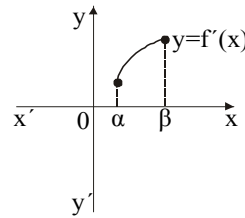
Σ Λ

48. * Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε ισχύει $f''(x) < 0$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$.



Σ Λ

49. * Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη, και η γραφική παράσταση της f' φαίνεται στο σχήμα, τότε η f στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω.



Σ Λ

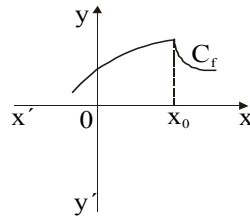
50. * Μια πολυωνυμική συνάρτηση 3ου βαθμού έχει οπωσδήποτε σημείο καμπής.

Σ Λ

51. * Μια πολυωνυμική συνάρτηση 4ου βαθμού έχει τουλάχιστον ένα σημείο καμπής.

Σ Λ

52. * Η f παρουσιάζει στο x_0 σημείο καμπής.



Σ Λ

53. * Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ και η f είναι κυρτή στο Δ , τότε $f''(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \Delta$.

Σ Λ

54. * Το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής μιας συνάρτησης f , όταν η f'' αλλάζει πρόσημο εκατέρωθεν του x_0 .

Σ Λ

55. * Η συνάρτηση $f(x) = e^{-x}$ είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

Σ Λ

56. * Η ευθεία $x = 2$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , με $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$.

Σ Λ

57. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^5 + x^3 - 2}{x^2 + x + 2004}$ έχει μια πλάγια ασύμπτωτη. Σ Λ
58. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ έχει δύο κατακόρυφες ασύμπτωτες. Σ Λ
59. * Ισχύει $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x - \frac{\pi}{2}} = -1$. Σ Λ
60. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = e^{-x}$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$. Σ Λ
61. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο \mathbb{R} , τότε δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη. Σ Λ
62. * Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη την ευθεία $x = 0$. Σ Λ
63. * Η συνάρτηση $f(x) = e^x$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη την ευθεία $y = 0$. Σ Λ