

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- * Έστω μια συνάρτηση f για την οποία ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος του Rolle στο διάστημα $[α, β]$. Τότε θα υπάρχει $ξ ∈ (α, β)$, ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $(ξ, f(ξ))$

A. να είναι παράλληλη με τον άξονα $y'y$
B. να έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν
Γ. να έχει συντελεστή διεύθυνσης ένα
Δ. να είναι παράλληλη με την ευθεία $y = x$
E. να μην ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης
- * Μια συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $[α, β]$. Το θεώρημα μέσης τιμής ισχύει για την f , όταν

A. η f είναι συνεχής στο $[α, β]$
B. η f έχει ίσες τιμές στα σημεία $α$ και $β$
Γ. η f είναι παραγωγίσιμη στο $(α, β)$
Δ. η f είναι παραγωγίσιμη στο $(α, β)$ και συνεχής στα $α$ και $β$
E. η f είναι συνεχής στο $(α, β)$
- * Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = c$, με πεδίο ορισμού το $[α, β]$. Το πλήθος των σημείων $ξ ∈ (α, β)$ που προκύπτουν από το θεώρημα του Rolle είναι

A. 1 **B.** 2 **Γ.** το πολύ 2 **Δ.** κανένα **E.** άπειρο
- * Για τη συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x$, $x ∈ [-1, 2]$, το πλήθος των αριθμών $ξ ∈ (-1, 2)$ που προκύπτουν από το θεώρημα της μέσης τιμής είναι

A. τουλάχιστον τρεις **B.** ακριβώς ένας
Γ. τουλάχιστον δύο **Δ.** ακριβώς δύο **E.** κανένα

5. * Το θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού για τη συνάρτηση $f(x) = \ln x$, για κάθε $x_1, x_2 > 0$, εξασφαλίζει ένα ξ μεταξύ των x_1, x_2 ώστε να ισχύει

A. $\ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{\xi}{x_1 - x_2}$

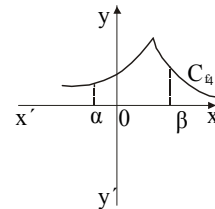
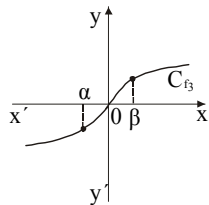
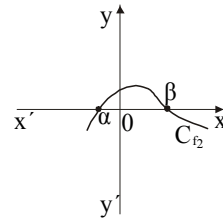
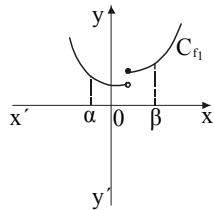
B. $\ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1 - x_2}{\xi}$

Γ. $\ln(x_1 - x_2) = \frac{1}{\xi}(x_1 - x_2)$

Δ. $\ln \frac{x_1}{x_2} = \xi(x_1 - x_2)$

E. $\ln(x_1 - x_2) = \xi(x_1 - x_2)$

6. * Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1, f_2, f_3, f_4 .



Αυτές που ικανοποιούν τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο $[a, \beta]$ είναι οι

- A. f_2 και f_4 B. μόνο η f_4 Γ. μόνο η f_2 Δ. f_2 και f_3 E. f_1 και f_4

7. * Οι συναρτήσεις f, g ορίζονται στο \mathbb{R} και είναι δύο φορές παραγωγίσιμες σ' αυτό. Αν $f'(x) = g'(x)$ για όλα τα $x \in \mathbb{R}$, ποια από τις παρακάτω συνθήκες πρέπει να ισχύει επιπλέον, ώστε $f(x) = g(x)$, για όλα τα $x \in \mathbb{R}$;

A. f και g συνεχείς στο \mathbb{R}

B. $f(0) = g(0)$

Γ. $f''(x) = g''(x) + c$

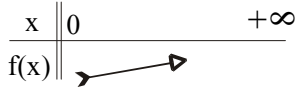
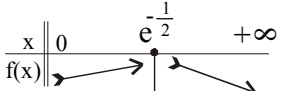
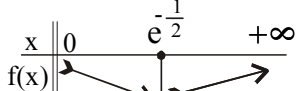
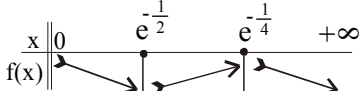

Δ. $f''(0) = g''(0)$

E. δεν χρειάζεται να προστεθεί άλλη συνθήκη

8. * Αν για τις παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} συναρτήσεις f, g ισχύει $f'(x) = g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, τότε

- A. $f(x) = g(-x) + c$ B. $f(x) = -g(x) + c$ Γ. $f(x) = g(x) - c$
 Δ. $f(x) + g(-x) = c$ Ε. $f(-x) = g(x) + c$

9. * Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $(0, +\infty)$ έχει παράγωγο την $f'(x) = 2\ln x + 1$, τότε για τη μονοτονία της f ισχύει

- A.  B. 
 Γ.  Δ. 
 Ε. 

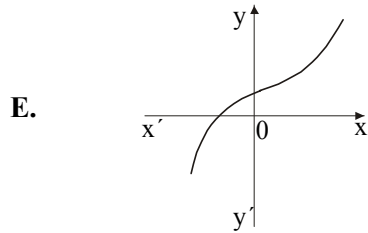
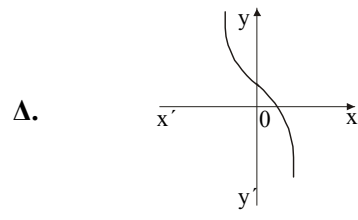
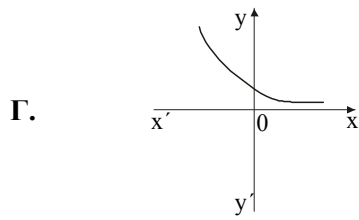
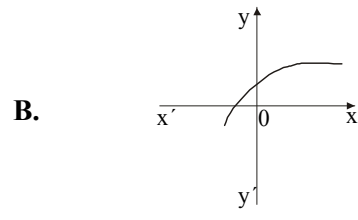
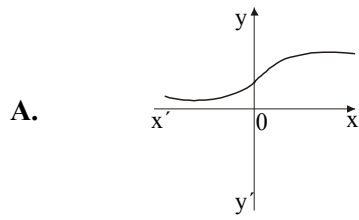
10. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και γνησίως φθίνουσα, τότε

- A. $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 B. $f'(x) \geq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 Γ. $f'(x) \leq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 Ε. η $f'(x)$ δεν διατηρεί σταθερό πρόσημο στο \mathbb{R}

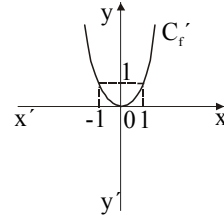
11. * Η παράγωγος f' της συνάρτησης f είναι ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού. Η f έχει

- A. τρία ακριβώς τοπικά ακρότατα
 B. ένα ολικό μέγιστο και ένα ολικό ελάχιστο
 Γ. τουλάχιστον τρία τοπικά ακρότατα
 Δ. ένα μόνο τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο
 Ε. τρία το πολύ τοπικά ακρότατα

12. ** Η συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και η f' είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . Η γραφική παράσταση της f θα μπορούσε να έχει τη μορφή



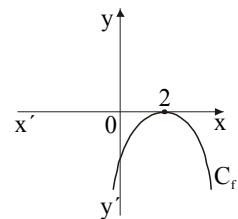
13. * Η γραφική παράσταση $C_{f'}$ της παραγώγου μιας συνάρτησης φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η γραφική παράσταση της f μπορεί να είναι



- A.
- B.
- Γ.
- Δ.

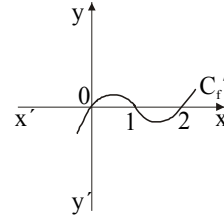
Ε. καμία από τις προηγούμενες

14. * Η γραφική παράσταση $C_{f'}$ της παραγώγου μιας συνάρτησης φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε ισχύει ότι



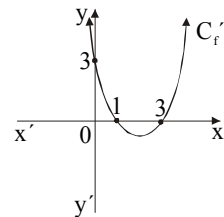
- A. η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$
- B. η f είναι γνησίως φθίνουσα μόνο στο $[2, +\infty)$
- Γ. η f έχει τοπικό μέγιστο το σημείο $x_0 = 2$
- Δ. η f έχει τοπικό ελάχιστο το σημείο $x_0 = 2$
- Ε. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}

15. * Το διάγραμμα C_f' της παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε **δεν** ισχύει ότι
- A. η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, 1]$
 - B. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, 2]$
 - Γ. η f έχει τοπικό ελάχιστο στο σημείο με $x = 0$
 - Δ. η f έχει τοπικό μέγιστο στο σημείο με $x = 1$
 - E. η f έχει τοπικό μέγιστο στο σημείο με $x = 2$



16. * Έστω μια συνεχής συνάρτηση f , η οποία στρέφει τα κοίλα προς τα άνω σ' ένα διάστημα Δ . Τότε καθώς το x αυξάνει, η κλίση της C_f
- A. αυξάνει
 - B. ελαττώνεται
 - Γ. μένει σταθερή
 - Δ. είναι μηδέν
 - E. δεν μπορούμε να απαντήσουμε
17. * Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω σ' ένα διάστημα Δ , τότε
- A. $f''(x) > 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - B. $f''(x) < 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - Γ. $f''(x) \leq 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - Δ. $f''(x) \geq 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - E. δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το πρόσημο της $f''(x)$ στο Δ

18. * Το διάγραμμα C_f'' της δεύτερης παραγώγου μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο
- A. $(-\infty, 1]$
 - B. $[1, 3]$
 - Γ. $[3, +\infty)$
 - Δ. \mathbb{R}
 - E. $(-\infty, -3]$



19. * Η συνάρτηση f ορίζεται σε ένα διάστημα Δ και $x_0 \in \Delta$. Θεωρούμε τις προτάσεις:

I. Η C_f δέχεται εφαπτομένη στο $A(x_0, f(x_0))$

II. Η f' αλλάζει πρόσημο στο x_0

III. Η f'' αλλάζει πρόσημο στο x_0

Τότε το $A(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής της C_f αν ισχύουν οι προτάσεις

A. I και II

B. I και III

Γ. II και III

Δ. μόνο η III

E. μόνο η I

20. * Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , μπορεί να έχει πλήθος πλάγιων ασυμπτώτων

A. το πολύ τρεις

B. το πολύ δύο

Γ. το πολύ μία

Δ. εξαρτάται από το πλήθος των οριζοντίων ασυμπτώτων

E. δεν υπάρχει περιορισμός για το πλήθος

21. * Στο διπλανό σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = xe^{-ax}$ με $a > 0$ και

$x \in [0, +\infty)$. Για όλες τις συναρτήσεις f ισχύει ότι

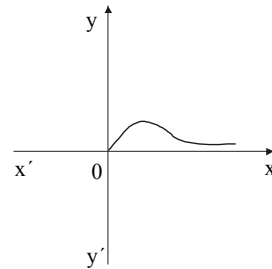
A. έχουν μόνο 1 τοπικό ακρότατο

B. το 0 είναι σημείο καμπής

Γ. η ευθεία $x = 0$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη

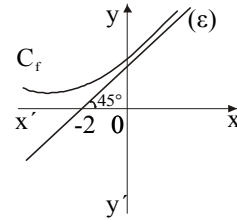
Δ. η ευθεία $y = 0$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη

E. όλα τα παραπάνω



22. ** Η ευθεία (ε) είναι ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f . Τότε ισχύει ότι

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$
 Γ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$ Δ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$
 E. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$



23. ** Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο \mathbb{R} , τότε η γραφική της παράσταση μπορεί να έχει

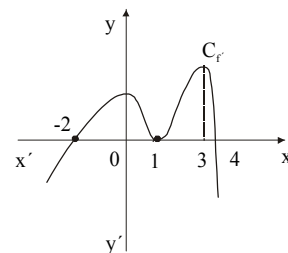
- A. δύο πλάγιες ασύμπτωτες στο $+\infty$
 B. οριζόντια και πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$
 Γ. κατακόρυφες ασύμπτωτες
 Δ. πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$ και οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$
 E. οριζόντια και πλάγια ασύμπτωτη στο $-\infty$

24. * Η ευθεία $y = x + 1$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της

- A. $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 5}{2x^2 + 3}$ B. $g(x) = x^4 + 5x$ Γ. $h(x) = \frac{1 + x^2 + x}{x}$
 Δ. $\varphi(x) = e^x - 1$ E. $\kappa(x) = x + \eta\mu x$

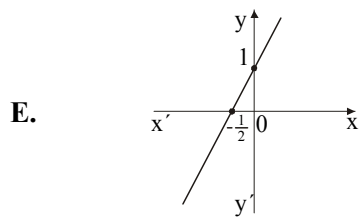
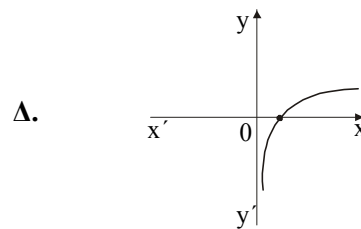
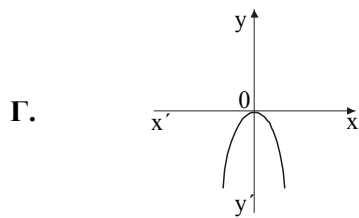
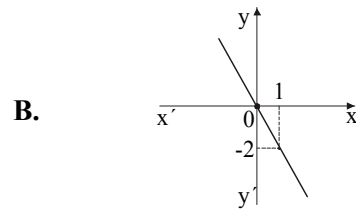
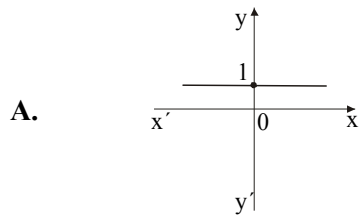
25. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της f' μιας συνάρτησης f στο \mathbb{R} . Τότε για τη συνάρτηση f ισχύει

- A. στο διάστημα $[-2, 0]$ η συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω
 B. στο διάστημα $[1, 3]$ ισχύει $f''(x) = 0$
 Γ. στο διάστημα $[0, 1]$ η f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω

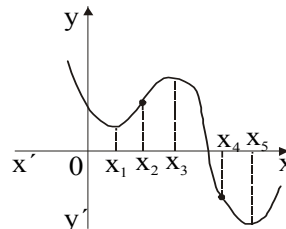


- Δ.** στο διάστημα $[-2, 1]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα
- Ε.** όλα τα παραπάνω

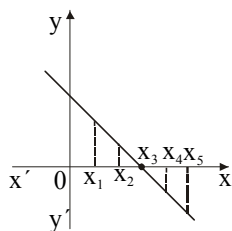
26. * Αν μια συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω, τότε η γραφική παράσταση της f' μπορεί να είναι η



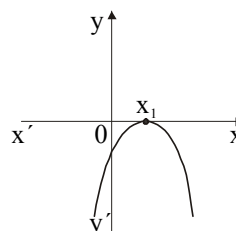
27. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f . Η γραφική παράσταση της f' μπορεί να είναι



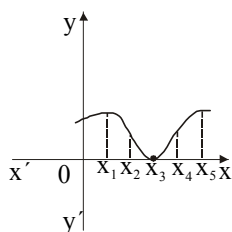
A.



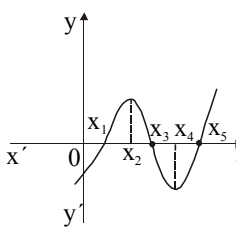
B.



Γ.



Δ.



Ε. καμία από αυτές

28. * Αν η γραφική παράσταση της παραγωγίσιμης συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε

- A. η f έχει μόνο δύο τοπικά ακρότατα
 B. η f δεν παραγωγίζεται σε όλα τα σημεία του διαστήματος $[x_0, x_3]$
 Γ. $f''(x) > 0$ για όλα τα $x \in (x_2, x_3)$
 Δ. $f''(x) < 0$ για όλα τα $x \in (x_0, x_1)$
 Ε. η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $[x_0, x_3]$

