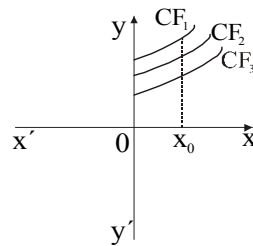


Κεφάλαιο 3ο: ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

- | | | |
|--|---|---|
| 1. * Η συνάρτηση $F(x) = x \ln x - x$ είναι μια παράγουσα της συνάρτησης $f(x) = \ln x$. | Σ | Λ |
| 2. * Κάθε συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ , έχει μόνο μια παράγουσα στο Δ . | Σ | Λ |
| 3. * Αν F_1, F_2 είναι δυο παράγουσες μιας συνάρτησης f , τότε αυτές διαφέρουν κατά μια σταθερά c . | Σ | Λ |
| 4. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x^2 + 1}$ δεν έχει παράγουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$. | Σ | Λ |
| 5. * Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, θα ισχύει ο τύπος $\int f'(x)g'(x) dx = f'(x)g(x) - \int f''(x)g(x) dx$. | Σ | Λ |
| 6. * Αν f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις, θα ισχύει $\int (f(x)g(x))' dx = f(x)g(x) + c$. | Σ | Λ |
| 7. * Ισχύει: $\int f'(x) dx = f(x) + c$. | Σ | Λ |
| 8. * Αν η f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , τότε θα ισχύει: $\int f''(x) dx = f'(x) + c$. | Σ | Λ |
| 9. * Οι γραφικές παραστάσεις των παραγουσών F_1, F_2, F_3 μιας συνάρτησης f , που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, έχουν παράλληλες εφαπτομένες σε κάθε σημείο τους με τετμημένη x_0 . | Σ | Λ |

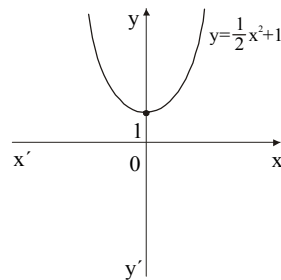


10. * Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $F(x) = e^x + c$, έχουν εφαπτόμενες παράλληλες σε κάθε σημείο τους με τετμημένη x_0 . Σ Λ
11. * Ισχύει: $\int f(x) dx \cdot \int g(x) dx = \int (f(x) g(x)) dx$. Σ Λ
12. * Για $x < 1$ το $\int \frac{dx}{x-1}$ είναι ίσο με $\ln(1-x) + c$. Σ Λ
13. * Αν $f(t) = \int_a^t x \sqrt{x^2 - 2x} dx$, τότε $\int_a^t x^2 \sqrt{x^2 - 2x} dx = x \cdot f(t)$. Σ Λ
14. * Ισχύει ότι $\int_a^b \frac{x^2 - 4x}{x^3 + 1} dx = \frac{\int_a^b (x^2 - 4x) dx}{\int_a^b (x^3 + 1) dx}$. Σ Λ
15. * Αν $f'(x) = \frac{1}{g'(x)}$, τότε $\int f'(x) \cdot g'(x) dx = x + c$. Σ Λ
16. * Ισχύει: $\int_0^a x f'(x) dx = a f(a) - \int_0^a f(x) dx$. Σ Λ
17. * Ισχύει: $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0$. Σ Λ
18. * Ισχύει: $\int_b^a f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int_b^a f'(x) g(x) dx$. Σ Λ
19. * Ισχύει: $\int_a^a f(x) dx = 0$. Σ Λ
20. * Ισχύει: $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$. Σ Λ
21. * Ισχύει: $\left(\int_a^{g(x)} f(t) dt \right)' = f(g(x)) g'(x)$. Σ Λ
22. * Ισχύει: $\left(\int_x^a f(t) dt \right)' = -f(x)$. Σ Λ
23. * Ισχύει: $\left(\int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt \right)' = f(h(x)) h'(x) + f(g(x)) g'(x)$. Σ Λ

24. * Η διαφορική εξίσωση $y' = ky$ ($k \in \mathbb{R}$) έχει μερική λύση την $y = e^{kx}$. Σ Λ

25. * Μια λύση της διαφορικής εξίσωσης $y' = y$ είναι η συνάρτηση $y = \frac{1}{2} e^x$. Σ Λ

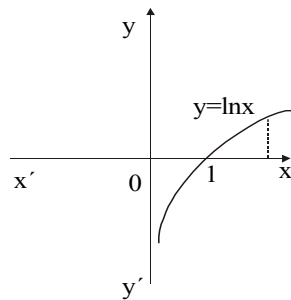
26. * Η γραφική παράσταση του σχήματος είναι μια μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης $y' = x$.



Σ Λ

27. * Οι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης $\frac{dy}{dx} = 3$ είναι όλες οι ευθείες με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 3$. Σ Λ

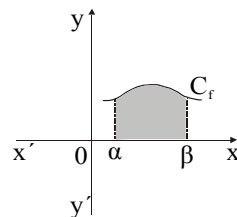
28. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης που παριστάνει το $\int_1^x \frac{1}{t} dt$.



Σ Λ

29. * Ισχύει $\int_2^4 c dx = \int_6^8 c dx$, c σταθερά. Σ Λ

30. * Το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος είναι ίσο με $\int_a^\beta f(x) dx + c$, $c \neq 0$.



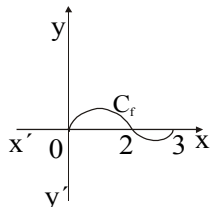
Σ Λ

31. * Αν f συνεχής στο \mathbb{R} και $f(10) = 100$, τότε ισχύει: $100 = f(0) + \int_0^{10} f'(x) dx$. Σ Λ

32. * Ισχύει: $\int_0^1 \eta \mu x dx = 1 - \sigma \nu 1$. Σ Λ
33. * Αν θεωρήσουμε ότι $e \approx 2,7$, τότε ισχύει $\int_0^1 e^x dx = 1,7$. Σ Λ
34. * Αν $A = \int_0^2 f(x) dx$, τότε:
- α) $\int_0^2 f(\omega) d\omega = A$ Σ Λ
- β) $\int_2^0 f(t) dt = -A$ Σ Λ
- γ) $\int_0^2 (3f(z) - 4) dz = 3A - 8$ Σ Λ
35. * Αν η f είναι περιοδική συνάρτηση στο \mathbb{R} με περίοδο T ,
τότε θα ισχύει: $\int_0^T f(t) dt = \int_T^{2T} f(t) dt$. Σ Λ
36. * Αν $\alpha \geq \beta$, τότε $\int_\alpha^\beta (e^x + 1) dx \geq 0$. Σ Λ
37. * Αν $f(x) > 0$, τότε ισχύει $\int_1^{\ln 2} f(x) dx > 0$. Σ Λ
38. * Αν $\int_\alpha^\beta f(x) dx \geq 0$ τότε $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$. Σ Λ
39. * Αν $f(x) \leq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε θα ισχύει ότι
 $\int_\alpha^\beta f(x) dx \leq \int_\alpha^\beta g(x) dx$. Σ Λ
40. * Αν $\alpha < \beta$, τότε ισχύει ότι $\left| \int_\alpha^\beta f(x) dx \right| \leq \int_\alpha^\beta |f(x)| dx$. Σ Λ
41. * Αν η f είναι συνεχής στο $[1, 3]$, τότε ισχύει ότι
 $\int_1^3 f(x) dx < \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$. Σ Λ

42. * Για τη συνάρτηση του διπλανού σχήματος ισχύει ότι:

$$\int_0^2 f(x) dx < \int_0^3 f(x) dx .$$

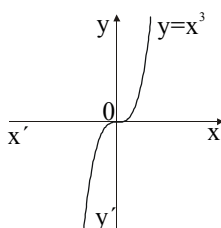


Σ Λ

43. * Ισχύει: $\int_0^{2\pi} \eta \mu x dx = 0$.

Σ Λ

44. * Για τη συνάρτηση του σχήματος, ισχύει ότι $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$, για κάθε $a > 0$.



Σ Λ

45. * Αν η f είναι συνεχής στο $[a, \beta]$, τότε το $\int_{\beta}^a f(x) dx$ εκφράζει το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της C_f του άξονα $x'x$ και των ευθειών $x = a$, $x = \beta$.

Σ Λ

46. * Ισχύει: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (1 - 4\sigma\upsilon\nu^3 x) dx > 0$.

Σ Λ

47. * Ισχύει: $\int_1^{x^2} \frac{1}{t} dt = 2\ln x$, $x > 0$.

Σ Λ

48. * Αν $\int_a^{\beta} f(x) dx = \int_a^{\beta} g(x) dx$, τότε $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in [a, \beta]$.

Σ Λ

49. * Η ιδιότητα του ορισμένου ολοκληρώματος

$$\int_a^{\beta} f(x) dx = \int_a^{\gamma} f(x) dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx, \text{ ισχύει μόνο εφόσον}$$

$$a < \gamma < \beta.$$

Σ Λ

50. * Ισχύει ο τύπος $\left(\int_x^a f(t) dt \right)' = - \left(\int_a^x f(t) dt \right)'$.

Σ Λ

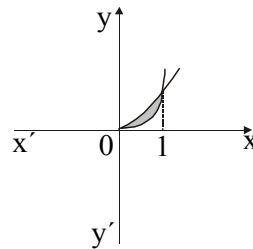
51. * Ισχύει: $\int_{\ln \alpha}^{\ln \beta} e^x dx = \beta - \alpha$, $\alpha, \beta > 0$.

Σ Λ

52. * Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου του σχήματος δίνεται από τη σχέση:

$$E = \int_0^1 (x^3 - x^2) dx .$$

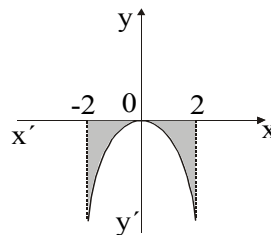
(Οι γραφικές παραστάσεις στο σχήμα είναι οι $f(x) = x^2$ και $g(x) = x^3$).



Σ Λ

53. * Για το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου που φαίνεται στο σχήμα,

$$\text{ισχύει: } E = - \int_{-2}^2 f(x) dx .$$



Σ Λ

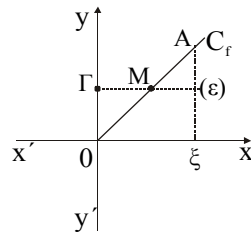
54. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0, 1]$ και $f(0) = f(1)$, τότε $\int_0^1 f'(x) dx = 0$.

Σ Λ

55. ** Αν $\int_0^5 f(x) dx = 10$, το ελάχιστο της f στο διάστημα $[0, 5]$ δεν μπορεί να είναι 3.

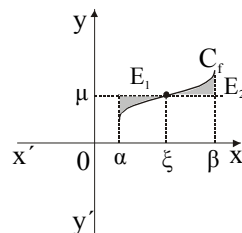
Σ Λ

56. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Αν M μέσον του OA και $(\varepsilon) \parallel x'x$, τότε θα ισχύει: $\int_0^\xi f(x) dx = (OG) \xi$.



Σ Λ

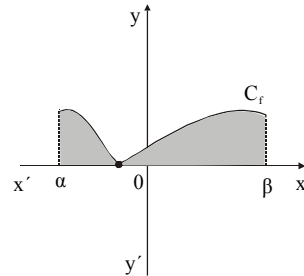
57. * Αν $\xi \in (\alpha, \beta)$ και $f(\xi) = \mu$, όπου μ η μέση τιμή της συνεχούς συνάρτησης f στο $[\alpha, \beta]$, τότε $E_1 = E_2$.



Σ Λ

58. * Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με

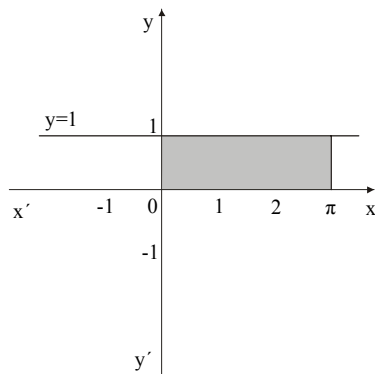
$$E = \int_a^\beta f(x) dx .$$



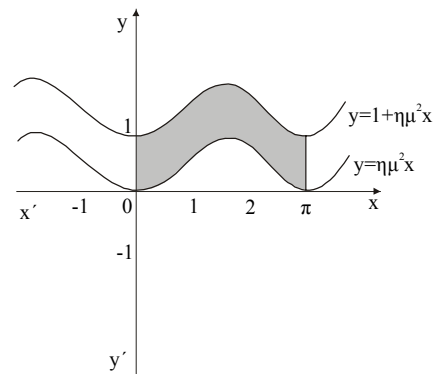
Σ Λ

59. * Το σκιασμένο εμβαδόν του σχήματος 1 είναι μεγαλύτερο από το σκιασμένο εμβαδόν του σχήματος 2.

Σ Λ



Σχήμα 1



Σχήμα 2