

ΚΥΚΛΟΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

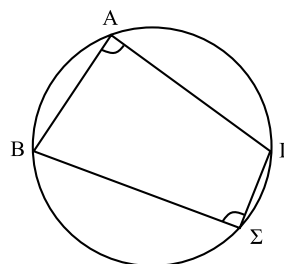
	Σωστό	Λάθος
1. Αν a είναι η απόσταση ευθείας ε από το κέντρο του κύκλου (O, ρ) τότε:		
• αν $a > \rho$ η ε λέγεται εξωτερική του κύκλου	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
• αν $a = \rho$ η ε λέγεται τέμνουσα του κύκλου	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
• αν $a < \rho$ η ε λέγεται εφαπτομένη του κύκλου	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Κάθε ευθεία κάθετη στο άκρο ακτίνας κύκλου είναι εφαπτομένη του.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Η διακεντρική ευθεία σημείου περνά από το κέντρο του κύκλου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Τα εφαπτόμενα τμήματα προς κύκλο από σημείο εκτός αυτού μπορεί να είναι άνισα.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Για να συγκρίνουμε δύο τόξα πρέπει αναγκαστικά να ανήκουν στον ίδιο κύκλο.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Η κάθετη σε μια χορδή που περνά από το κέντρο του κύκλου περνά και από το μέσο της χορδής.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Σε δύο άνισες χορδές του ίδιου κύκλου αντιστοιχούν ομοίως άνισα αποστήματα.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Το σημείο επαφής δύο εφαπτομένων κύκλων ανήκει στη διάκεντρό τους.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Η διάκεντρος δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Υπάρχει κύκλος που να περνά από ένα εσωτερικό και από ένα εξωτερικό σημείο ενός κύκλου και να μην τέμνει αυτόν τον κύκλο.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Υπάρχει εγγεγραμμένη γωνία που δεν ισούται με το μισό μιας επίκεντρης.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12. Μια εγγεγραμμένη γωνία, που βαίνει σε τόξο διπλάσιο απ' το τόξο της αντίστοιχης επίκεντρης είναι ίση μ' αυτή.
13. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
14. Δυο εγγεγραμμένες γωνίες, που καθεμιά βαίνει στο τόξο που δέχεται την άλλη είναι ίσες.
15. Τα ύψη ενός οξυγωνίου τριγώνου διχοτομούν τις γωνίες του ορθικού του τριγώνου.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

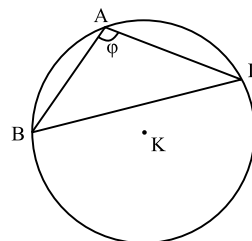
1. Δυο εγγεγραμμένες γωνίες, που καθεμιά βαίνει στο τόξο που δέχεται την άλλη, όπως οι γωνίες Α και Σ είναι πάντοτε:

- A. ίσες
B. συμπληρωματικές
Γ. παραπληρωματικές
Δ. αμβλείες
E. κανένα από τα παραπάνω



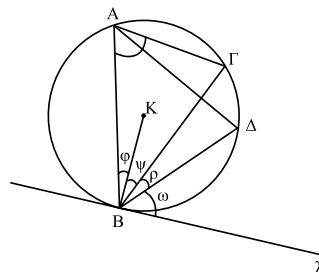
2. Στο διπλανό σχήμα η γωνία φ είναι:

- A. οξεία
B. αμβλεία
Γ. ορθή
Δ. $\varphi = B + \Gamma$
E. $\varphi = B\Gamma$

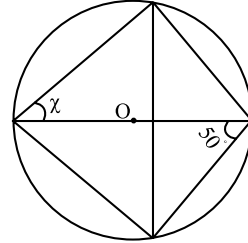


3. Στο διπλανό σχήμα το K είναι κέντρο του κύκλου και η Βχ εφαπτομένη του. Η γωνία Α ισούται με:

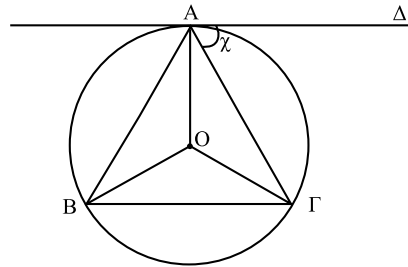
- A. ω
B. ρ
Γ. ψ
Δ. φ
E. $\omega + \rho$



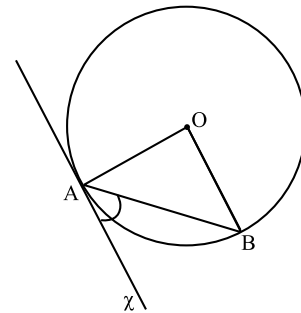
4. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και οι διαγώνιες του τετραπλεύρου τέμνονται κάθετα. Η γωνία x ισούται με:
- A. 10° B. 20° Γ. 30°
 Δ. 40° Ε. 50°



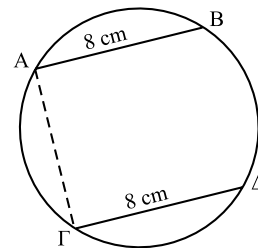
5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο, O είναι το κέντρο του κύκλου και η $A\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου. Η γωνία x ισούται με:
- A. 20° B. 30° Γ. 45°
 Δ. 60° Ε. 80°



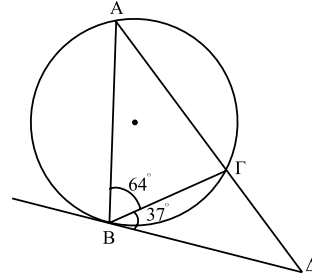
6. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και η εφαπτομένη Ax παράλληλη στην OB . Η γωνία xAB ισούται με:
- A. 20° B. 30° Γ. 45°
 Δ. 60° Ε. 80°



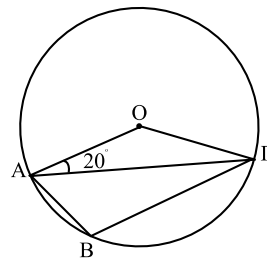
7. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = \Gamma\Delta = 8 \text{ cm}$, $AB \parallel \Gamma\Delta$ και η ακτίνα του κύκλου είναι 5 cm . Η απόσταση $A\Gamma$ των AB και $\Gamma\Delta$ είναι:
- A. 3 B. 4 Γ. 6
 Δ. 8 Ε. 10



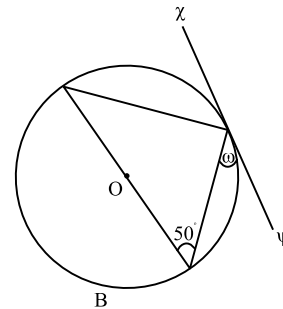
8. Στο διπλανό σχήμα $\angle AB\Gamma = 64^\circ$ και $\angle \Gamma B\Delta = 37^\circ$ και $B\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου. Η γωνία $\angle B\Gamma\Delta$ ισούται με:
- A. 143° B. 37° Γ. 79°
 Δ. 101° E. 64°



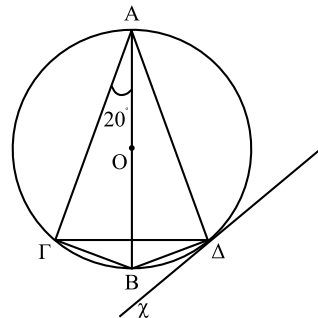
9. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και $\angle O A \Gamma = 20^\circ$. Η γωνία $\angle A B \Gamma$ ισούται με:
- A. 70° B. 80° Γ. 100°
 Δ. 110° E. 140°



10. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και $\chi\psi$ εφαπτομένη του. Η γωνία ω ισούται με:
- A. 30° B. 40° Γ. 45°
 Δ. 50° E. 60°



11. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και $\Delta\chi$ εφαπτομένη του. Αν είναι $\angle B A \Gamma = 20^\circ$ και AB κάθετη στη $\Gamma\Delta$. Οι εμφανιζόμενες (σε αριθμό) στο σχήμα γωνίες που είναι ίσες με 20° είναι:
- A. 4 B. 5 Γ. 6
 Δ. 7 E. 8



12. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου, BA εφαπτομένη του και $\Gamma = 30^\circ$.

α) Η γωνία B ισούται με:

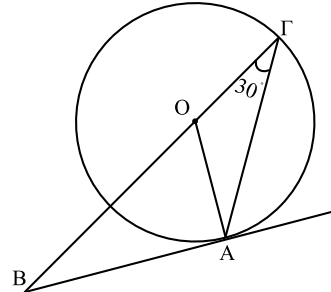
A. 15° B. 30° Γ. 45°

Δ. 60° Ε. 75°

β) Το ευθύγραμμο τμήμα BO ισούται με:

A. AB B. AO Γ. AG

Δ. $2AB$ Ε. $2AO$



Ερώτηση συμπλήρωσης

1. Να συμπληρωθούν οι στήλες (B) και (Γ) για κάθε περίπτωση της στήλης (A).

στήλη (A)	στήλη (B) Αριθμός κοινών εξωτερικών εφαπτομένων	στήλη (Γ) Αριθμός κοινών εσωτερικών εφαπτομένων
<ul style="list-style-type: none"> • Ο ένας κύκλος βρίσκεται εκτός του άλλου. • Οι δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά. • Οι δύο κύκλοι τέμνονται. • Οι δύο κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά. 		

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Αν a είναι η απόσταση του κέντρου O ενός κύκλου (O, ρ) από μια ευθεία ε , τότε να συνδέσετε με μια γραμμή κάθε σχέση της πρώτης στήλης με το αντίστοιχο συμπέρασμα της δεύτερης στήλης.

στήλη (A)	στήλη (B)
$a > \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Η ευθεία και ο κύκλος δεν έχουν κοινά σημεία.
$a < \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Η ευθεία και ο κύκλος έχουν μόνο ένα κοινό σημείο.
$a = \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Η ευθεία και ο κύκλος έχουν άπειρα κοινά σημεία. • Η ευθεία και ο κύκλος έχουν δύο ακριβώς κοινά σημεία. • Η ευθεία και ο κύκλος έχουν τουλάχιστον δύο κοινά σημεία.

2. Αν (K, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και $R > \rho$, $K\Lambda = \delta$ συνδέστε με μια γραμμή κάθε σχέση της πρώτης στήλης με το αντίστοιχο συμπέρασμα της δεύτερης.

στήλη (A)	στήλη (B)
$\delta = R + \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Καθένας κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.
$\delta > R + \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά.
$\delta = R - \rho$	<ul style="list-style-type: none"> • Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά. • Οι κύκλοι τέμνονται. • Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του (K, R) χωρίς να έχουν κοινά σημεία.

3. Να αντιστοιχίσετε τις φράσεις της στήλης Α με τις φράσεις της στήλης Β ώστε να δημιουργηθούν σωστές προτάσεις:

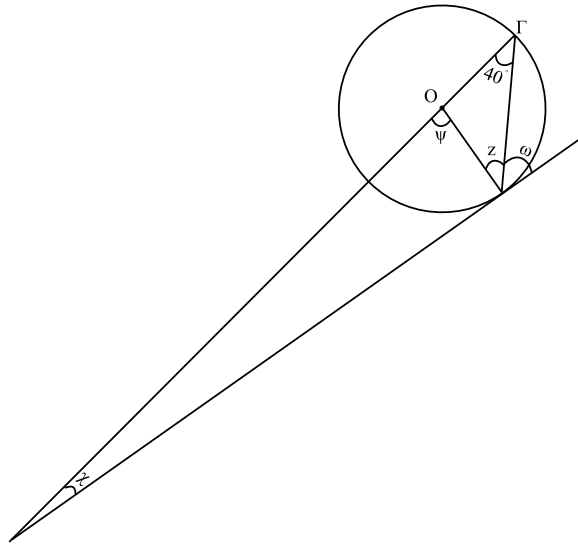
στήλη (Α)	στήλη (Β)
<ul style="list-style-type: none"> • Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τα άκρα ενός τμήματος AB είναι: • Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από δύο παράλληλες ϵ_1 και ϵ_2 είναι: • Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που απέχουν ίση απόσταση α από ένα σημείο O είναι: • Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας είναι: 	<ul style="list-style-type: none"> διάμετρος του κύκλου (O, α) ο κύκλος (O, α) η διχοτόμος της γωνίας η μεσοκάθετη η μεσοπαράλληλη το τόξο κύκλου

4. Να αντιστοιχίσετε τις φράσεις της στήλης Α με τις φράσεις της στήλης Β:

στήλη (Α)	στήλη (Β)
<ul style="list-style-type: none"> • Δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα • Ευθεία εφάπτεται σε κύκλο • Δυο γωνίες είναι ίσες • Μια γωνία είναι ορθή 	<ul style="list-style-type: none"> • Δυο γωνίες είναι εγγεγραμμένες στον ίδιο κύκλο και βαίνουν σε ίσα τόξα • Δυο ευθύγραμμα τμήματα είναι αποστήματα δυο ίσων χορδών του ίδιου κύκλου • Ευθεία κάθετη στο άκρο μιας ακτίνας κύκλου • Μια γωνία είναι εγγεγραμμένη και βαίνει σε ημκύκλιο • Χορδές του ίδιου κύκλου • Η απόσταση της ευθείας από το κέντρο του κύκλου είναι μικρότερη από την ακτίνα του κύκλου

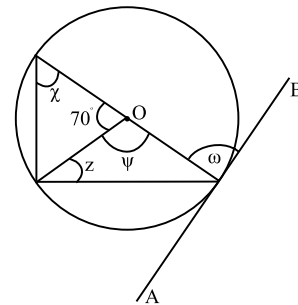
Ερωτήσεις διάταξης

1. Στο παρακάτω σχήμα, O είναι το κέντρο του κύκλου.

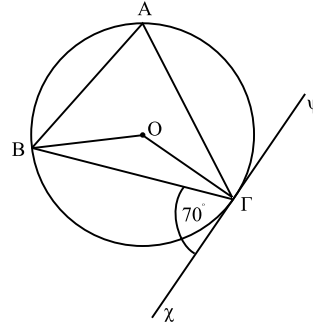


Να γράψετε σε μια σειρά από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις γωνίες: x, y, z, ω .

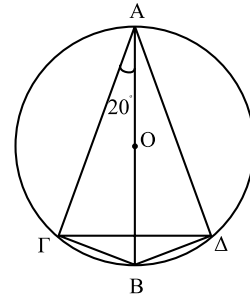
2. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και AB εφαπτομένη του. Να γράψετε σε μια σειρά από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις γωνίες: x, y, z, ω .



3. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου, $\chi\gamma$ εφαπτομένη και $\angle B\Gamma\chi = 70^\circ$. Να γράψετε σε μια σειρά από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις γωνίες: $\angle BO\Gamma$, $\angle OB\Gamma$, $\angle BA\Gamma$, $\angle O\Gamma\chi$.



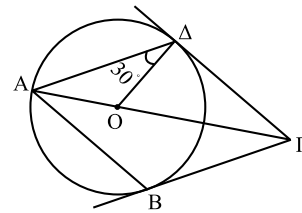
4. Στο διπλανό σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου και $AG = AD$. Να γράψετε σε μια σειρά απ' τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις γωνίες: $\angle B\Gamma\Delta$, $\angle \Gamma B\Delta$, $\angle B\Delta O$, $\angle O\Delta\Gamma$, $\angle \Gamma A\Delta$, $\angle A\Gamma B$.



Ερωτήσεις συνδυασμού διαφόρων τύπων

Ερώτηση συμπλήρωσης κενού και διάταξης

1. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο, το O είναι το κέντρο του κύκλου και $\angle A\Delta O = 30^\circ$:



- α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας με τα μέτρα των αντίστοιχων γωνιών.

Γωνία	$\angle O\Delta\Delta$	$\angle O\Gamma B$	$\angle \Gamma O\Delta$	$\angle O\Delta\Gamma$	$\angle A\Delta\Gamma$
μέτρο γωνίας					

- β) Να γράψετε σε μια σειρά από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις γωνίες: $\angle B A \Delta$, $\angle A \Delta O$, $\angle A \Delta \Gamma$, $\angle O \Delta \Gamma$.

Ερώτηση πολλαπλής επιλογής και αντιστοίχισης

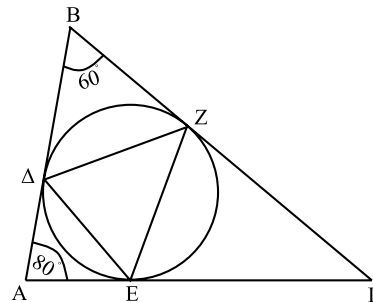
2. Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο $AB\Gamma$ και $B = 60^\circ$, $A = 80^\circ$.

α) Η γωνία ΔEZ ισούται με:

A. 40° B. 50° Γ. 60°

Δ. 70° E. 80°

β) Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης μ' ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης.

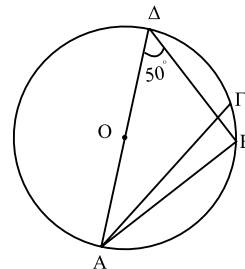


στήλη (A) γωνία	στήλη (B) μέτρο γωνίας σε μοίρες
ΔZE	40°
$A\Gamma B$	50°
$BZ\Delta$	60°
	70°
	80°

Ερώτηση αντιστοίχισης και διάταξης

3. Στο διπλανό σχήμα η $A\Delta$ είναι διάμετρος, $A\Delta B = 50^\circ$ και $\Delta A\Gamma = 3\Gamma A B$.

α) Να αντιστοιχίσετε κάθε κυρτογώνιο τόξο της στήλης A στο αντίστοιχο μέτρο που βρίσκεται στη στήλη B.



στήλη (A) τόξο	στήλη (B) μέτρο τόξου
AB	20°
BΓ	40°
ΓΔ	50°
BΔ	60°
	80°
	100°

β) Να γράψετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα παρακάτω ευθύγραμμα τμήματα: AB, AΓ, AΔ, BΔ, ΓΔ.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο του κοινού εξωτερικού εφαπτόμενου τμήματος δύο κύκλων που εφάπτονται εξωτερικά είναι ίσο με το γινόμενο των διαμέτρων των δύο κύκλων.
2. Στο εσωτερικό κύκλου (O, R) παίρνουμε ένα σημείο M . Αν AB και $\Gamma\Delta$ είναι δύο μεταβλητές κάθετες χορδές που περνούν από το σημείο M , να αποδείξετε ότι: $AB^2 + \Gamma\Delta^2 = 8R^2 - 4MO^2$.
3. Δίνεται κύκλος (K, R) στον οποίο η διάμετρος του AB είναι παράλληλη προς τη χορδή $\Gamma\Delta$. Να αποδείξετε ότι: $AB^2 = B\Gamma^2 + B\Delta^2$.
4. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) . Αν είναι $B = 90^\circ + \Gamma$, να αποδείξετε ότι: $AB^2 + A\Gamma^2 = 4R^2$.
5. Δίνεται κύκλος με κέντρο O . Γράφουμε μια διάμετρό του AB και μια χορδή $A\Gamma$. Αν οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και Γ κόβονται στο σημείο Σ , να αποδείξετε ότι:
 - α) $\text{BO}\Gamma = 2\text{B}\Gamma\Sigma$
 - β) $\text{O}\Sigma \parallel \text{A}\Gamma$
6. Θεωρούμε δύο ίσους κύκλους με κέντρα K και Λ . Από το μέσο M της $K\Lambda$ φέρνουμε μια ευθεία η οποία τέμνει τον ένα κύκλο στα σημεία A, B και τον άλλο στα Γ και Δ . Αποδείξτε ότι: $AB = \Gamma\Delta$.
7. Δίνεται κύκλος (O, R) και σε σημείο του M γράφουμε την εφαπτόμενη του. Αν δύο άλλες παράλληλες εφαπτόμενες τέμνουν την προηγούμενη εφαπτομένη στα σημεία A, B :
 - α) Αποδείξτε ότι: $\text{AOB} = 90^\circ$.
 - β) Να βρεθεί η θέση του M ώστε να ισχύει $OM = \frac{AB}{2}$.

Θέματα συνδυασμού ερωτήσεων ανάπτυξης και πολλαπλής επιλογής

1. Δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται στα σημεία A, B . Μια ευθεία παράλληλη της $ΚΛ$ που διέρχεται από το A τέμνει τους κύκλους στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα.
- α) Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή:
- A.** $ΚΛ = R + \rho$ **B.** $ΚΛ = R - \rho$ **Γ.** $ΚΛ < R - \rho$
Δ. $ΚΛ < R + \rho$ **E.** $ΚΛ > R + \rho$
- β) Αποδείξτε ότι: $\Gamma\Delta = 2ΚΛ$.
2. Θεωρούμε κύκλο (O, R) , διάμετρο $ΑΒ$ και την ακτίνα $ΟΓ \perp ΑΒ$. Έστω M το μέσο της ακτίνας OB και Δ το σημείο που η ΓM τέμνει τον κύκλο. Αν η εφαπτομένη του κύκλου στο Δ τέμνει την ευθεία OB στο σημείο E ,
- α) Η γωνία $\Gamma\Delta E$ είναι ίση με την:
- A.** $\Gamma O\Delta$ **B.** $\Gamma M B$ **Γ.** $\frac{\Gamma O\Delta}{2}$ **Δ.** $\frac{O\Delta E}{2}$ **E.** $\Gamma O M$
- β) Αποδείξτε ότι το τρίγωνο $EM\Delta$ είναι ισοσκελές.
3. Δύο κύκλοι $(K, 3\rho)$, (Λ, ρ) εφάπτονται εξωτερικά. Αν $A A'$ είναι κοινό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων:
- α) Αποδείξτε ότι οι κοινές εξωτερικές εφαπτόμενες σχηματίζουν γωνία 60° .
- β) Η γωνία που σχηματίζουν η $ΚΛ$ και η ακτίνα $ΚΑ$, όπου A σημείο του κύκλου $(K, 3\rho)$ είναι:
- A.** 30° **B.** 45° **Γ.** 60° **Δ.** 90° **E.** 100°
- γ) Να υπολογίσετε το AA' συναρτήσει του ρ .