4.4 Ερωτήσεις διάταξης

Στις ερωτήσεις διάταξης δίνονται:

- μία σειρά από διάφορα στοιχεία και
- μία πρόταση / κανόνας ή οδηγία

και ζητείται να διαταχθούν τα στοιχεία με βάση την πρόταση αυτή.

Οι ερωτήσεις διάταξης αξιολογούν την ικανότητα των εξεταζομένων να ιεραρχούν σκοπούς, έννοιες, μαθηματικά μεγέθη, κτλ. Οι ερωτήσεις διάταξης δύσκολα κατασκευάζονται λόγω της φύσης τους. Μπορούν όμως να τεθούν ως εξής :

Να δίνονται προτάσεις που αποδεικνύουν, υπολογίζουν κάποιο ερώτημα σε διαφορετική σειρά και να ζητείται να τοποθετηθούν στη σωστή σειρά ώστε να προκύπτει η απόδειξη, ο υπολογισμός ή η ζητούμενη λύση.

Ενδεικτικά παραδείγματα ερωτήσεων διάταξης

1. Η άσκηση Α7i της σελίδας 36 του σχολικού βιβλίου ΑΛΓΕΒΡΑ Α’ Λυκείου έκδοση 1998.

2. Αν $0 < α < 1$ να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς: $\frac{1}{α}, \frac{α+1}{2}, 0, α - 1, 1, α$

3. Αν A_1, A_2, A_3, A_4 είναι αντιστοίχως τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f (x) = 3x - 2, $h(x) = \frac{1}{3x-2}$, $g(x) = \sqrt{2x-3}$, $φ(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$, να γράψετε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων σε μια σειρά ώστε καθένα να είναι υποσύνολο εκείνου που γράφεται δεξιά του.

4. Αν: $f(x)=\begin{cases} 3x-1, & x<1 \\ -x+3, & 1\le x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$

Να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές:

$f(-1)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(5)$, $f(6)$, $f(2)$

5. Αν f συνάρτηση γνησίως αύξουσα με πεδίο ορισμού το R, να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές:

$f(0)$, $f(-1{,}5)$, $f(-1)$, $f(\frac{7}{6})$, $f(\frac{3}{5})$

6. Αν f συνάρτηση γνησίως φθίνουσα με πεδίο ορισμού το R και $0 < \alpha < \beta$ να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές:

$f(\beta)$, $f(\frac{\alpha+\beta}{2})$, $f(0)$, $f(\alpha)$, $f(\alpha-\beta)$

7. Αν $\alpha > 1$ να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές:

$\frac{1}{\alpha}$, $\alpha^{½}$, $\frac{\alpha}{\sqrt[3]{\alpha^2}}$, $\sqrt[4]{\alpha}$, $\sqrt[6]{\alpha}$, α

4.5 Ερωτήσεις συμπλήρωσης

Με τις ερωτήσεις αυτές δίνονται στον εξεταζόμενο προτάσεις ή μαθηματικές σχέσεις, στις οποίες λείπουν ορισμένες λέξεις, αριθμοί, σύμβολα, παραστάσεις κλπ, και καλείται αυτός να τις συμπληρώσει.

Οι ερωτήσεις του παραπάνω τύπου επηρεάζονται λιγότερο από τον παράγοντα «τύχη» σε σύγκριση προς τις άλλες ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν με επιτυχία στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών.

Οι ερωτήσεις συμπλήρωσης είναι γνωστές στον μαθητή από το Γυμνάσιο, από τη συμπλήρωση όρων σε ταυτότητες, τη συμπλήρωση πινάκων κ.τ.λ. Μπορούμε ακόμα να χρησιμοποιούμε τις ερωτήσεις αυτές σε ορισμούς όταν λείπουν φράσεις κλειδιά, σε ελλιπείς γραφικές παραστάσεις, στη συμπλήρωση σχέσεων, στην εξαγωγή συμπερασμάτων κ.τ.λ.

Ενδεικτικά παραδείγματα ερωτήσεων συμπλήρωσης.

1. Η άσκηση 12 στις σελίδες 42-43 του σχολικού βιβλίου ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ Λυκείου ΟΕΔΒ έκδοση 1998.

2. Η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού x, συμβολίζεται με .... και είναι μη .... αριθμός.

3. Αν ισχύει $|\alpha+\beta|=|\alpha|+|\beta|$, τότε οι πραγματικοί αριθμοί α, β είναι ....

4. Η απόσταση δύο αριθμών α και β συμβολίζεται με .... και είναι ίση με ....

5. Αν μ, ν είναι φυσικοί αριθμοί μεγαλύτεροι ή ίσοι του 2 και α, β $\in$ R με α, β $\geq$ 0, τότε σύμφωνα με γνωστές ιδιότητες έχουμε:

   $\sqrt[\nu]{\alpha}\sqrt[\nu]{\beta}=$.......................

   $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}.\beta}=$.......................

   $\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}}=$.......................

6. Να συμπληρωθούν τα κενά:

   i) $x^2 - \ldots = (x+\frac{1}{2})\,(x-\frac{1}{2})$

   ii) $(x+\ldots)^2 = \ldots + 2x + \ldots$

   iii) $(\frac{x}{3} - \ldots)^2 = \ldots - 2x + \ldots$

7. Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A είναι γνησίως φθίνουσα και για οποιουσδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει $x_1 < x_2$ τότε ισχύει και ....

8. Οι διχοτόμοι δύο γωνιών που είναι εφεξής και παραπληρωματικές σχηματίζουν .... γωνία.

9. Σε κάθε τρίγωνο οι τρεις διάμεσοι διέρχονται από το ίδιο σημείο που λέγεται .... του τριγώνου.
   Το σημείο αυτό απέχει από κάθε κορυφή τα .... της αντίστοιχης διαμέσου.
   Σε κάθε τρίγωνο οι τρεις .... διέρχονται από το ίδιο σημείο που λέγεται έκκεντρο.
   Σε κάθε τρίγωνο τα τρία ύψη του διέρχονται από το ίδιο σημείο που λέγεται ....

10. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)\, x = \lambda^2 - 4$, όπου $\lambda \in R$. Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Τιμές του λ	**Λύση της εξίσωσης**
$\lambda = 3$	x = ...
$\lambda = 2$	....
$\lambda = -2$	....
$\lambda = 0$	....
$\lambda \neq 2$	....

Γενικά, θα πρέπει να τονιστεί ότι οι ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου έρχονται να συνεισφέρουν στην ανάπτυξη δεξιοτήτων, που είναι στόχος του Ενιαίου Λυκείου, στην ικανότητα του μαθητή να παρατηρεί, να διαπιστώνει, να διακρίνει, να επιλέγει, να απορρίπτει και να αποφασίζει. Οι παραπάνω δεξιότητες είναι αναγκαίες για την αντιμετώπιση των συχνών αλλαγών, που συντελούνται στο κοινωνικό γίγνεσθαι, για την αντιμετώπιση της πολυμορφίας και της πολυπλοκότητας της καθημερινής ζωής, καθώς και του «απροσδόκητου» που είναι το χαρακτηριστικό της εποχής μας.

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Η λύση ενός μαθηματικού προβλήματος απαιτεί από το μαθητή συστηματική εξέταση, ανάλυση και κατανόηση των δεδομένων και των ζητουμένων του προβλήματος καθώς και σχεδιασμό των βημάτων που θα ακολουθήσει για να απαντήσει σε ό,τι του ζητείται. Αυτό σημαίνει ότι η επίλυση ενός προβλήματος συμβάλλει άμεσα στον έλεγχο επίτευξης του στόχου των Μαθηματικών, που αναφέρεται στην οργάνωση της σκέψης και της πράξης στη ζωή. Γι' αυτό είναι αυτονόητη η σημαντική θέση που οφείλει να κατέχει το πρόβλημα τόσο στη διδασκαλία όσο και στις διάφορες μορφές αξιολόγησης των μαθητών στα Μαθηματικά.

Ένα πρόβλημα καλό είναι να αναλύεται σε δύο ή περισσότερα ερωτήματα - βήματα που βοηθούν το μαθητή να βρει τη λύση του και διευκολύνουν ταυτόχρονα τον καθηγητή να τον βαθμολογήσει δικαιότερα. Στο σχολικό βιβλίο ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΕΔΒ 1998 υπάρχουν πολλά τέτοια παραδείγματα (π.χ. πρόβλημα 5, σελ. 80), τα οποία ο διδάσκων μπορεί να αξιοποιήσει.

Η απάντηση σε ένα μαθηματικό πρόβλημα μπορεί κάλλιστα να συνδυαστεί και με ερωτήσεις κλειστού ή αντικειμενικού τύπου. Η χρήση των ερωτήσεων αυτών όχι μόνο δεν υποβαθμίζει το ρόλο και τη σημασία του μαθηματικού προβλήματος, αλλά αντίθετα ενισχύει τις διάφορες κατηγορίες προβλημάτων και δημιουργεί ποικιλία στον τρόπο απαντήσεων.

Τα παραδείγματα που ακολουθούν δείχνουν ότι θέματα με τα ίδια δεδομένα και με παραπλήσιους στόχους μπορούν να αξιολογηθούν, τόσο με ερωτήσεις ανάπτυξης όσο και με ερωτήσεις άλλων τύπων.

Παράδειγμα 1ο.

- <u>*Πρόβλημα διατυπωμένο με τη μορφή ερώτησης ανάπτυξης*</u>*:*

Η εκτύπωση ευχετήριων καρτών συμπεριλαμβάνει μια σταθερή χρέωση 300 δρχ. καθώς και 65 δρχ. για κάθε κάρτα που τυπώνεται. Σύμφωνα με τα παραπάνω, να βρείτε τη συνάρτηση που αποδίδει κάθε φορά το κόστος της εκτύπωσης σε σχέση με τον αριθμό των καρτών.

- <u>*Πρόβλημα διατυπωμένο με τη μορφή ερώτησης πολλαπλής επιλογής*</u>*:*

Το κόστος ψ για την εκτύπωση ευχετήριων καρτών συμπεριλαμβάνει μια σταθερή χρέωση 300 δρχ. καθώς και 65 δρχ. για κάθε κάρτα που τυπώνεται. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να προσδιορίσουμε το κόστος ψ της εκτύπωσης x καρτών;

Α. $\psi = 300x + 65$ Β. $\psi = 365x$ Γ. $\psi = 600x + 65$

Δ. $\psi = 300 + 65x$ Ε. $\psi = 365 + x$

Παράδειγμα 2ο.

- <u>*Άσκηση με τη μορφή ερώτησης ανάπτυξης*</u>*:*

Αν x οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i) $\sqrt[4]{x^6}$ ii) $\sqrt[6]{x^{18}}$ iii) $\sqrt[3]{x^6}$

iv) $\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$, $x \neq 0$*

* Σε όλα τα παραδείγματα που ακολουθούν, οι περιορισμοί όπου δεν αναφέρονται ρητά, εννοούνται.

- *<u>Άσκηση με τη μορφή ερωτήσεων του τύπου «Σωστό - Λάθος»</u>:*

Ελέγξατε αν καθεμιά από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή ή λάθος. Αν είναι σωστή, κυκλώστε το Σ, αν είναι λάθος, το Λ.

Αν x οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, τότε ισχύει:

i)	$\sqrt[4]{x^6} = x^2$	**Σ**	**Λ**
ii)	$\sqrt[6]{x^{18}} = x^3$	**Σ**	**Λ**
iii)	$\sqrt[3]{x^6} = x^2$	**Σ**	**Λ**
iv)	$\dfrac{\sqrt{x^2}}{x} = 1$	**Σ**	**Λ**

Παράδειγμα 3ο.

- *<u>Ερωτήσεις ανάπτυξης</u>:*

Τα παρακάτω κλάσματα να τραπούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

i) $\dfrac{15}{\sqrt{3}}$ ii) $\dfrac{10}{\sqrt{5}-1}$ iii) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$ iv) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ v) $\dfrac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

- *Ερωτήσεις αντιστοίχισης*

Συνδέστε με μια γραμμή κάθε κλάσμα της στήλης (Α) με το ισοδύναμό του που είναι γραμμένο στη στήλη (Β):

Στήλη (Α)	**Στήλη (Β)**
$\frac{15}{\sqrt{3}}$	$\frac{5(\sqrt{5}+1)}{2}$
$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$	$5\sqrt{3}$
$\frac{10}{\sqrt{5}-1}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$	$\frac{2\sqrt{3}-7}{5}$
$\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$	$2-\sqrt{3}$
	$\sqrt{7}+\sqrt{5}$
	$3(\sqrt{7}-\sqrt{5})$