

**6. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ:
«Κεφάλαιο 2ο – Συναρτήσεις, Άλγεβρα Α΄ Λυκείου, ΟΕΔΒ 1998»**

Στις σελίδες που ακολουθούν περιλαμβάνονται συμπληρωματικά παραδείγματα ερωτήσεων όλων των τύπων, τα οποία βασίζονται στο κεφάλαιο των συναρτήσεων του σχολικού βιβλίου της Άλγεβρας. Ο μαθηματικός έχει τη δυνατότητα να επιλέξει από αυτές και από τα θέματα που περιέχονται στο σχολικό βιβλίο ορισμένες ερωτήσεις και προσθέτοντας σ' αυτές και τις δικές του μπορεί να φτιάξει το κριτήριο αξιολόγησης που τον εξυπηρετεί καλύτερα.

Η σύνταξη ενός κριτηρίου αξιολόγησης είναι ευκολότερη, όταν οι ερωτήσεις αντλούνται από οργανωμένη τράπεζα ερωτήσεων γιατί αυτές έχουν εκ των προτέρων ελεγχθεί, έχουν σταθμισθεί και ταξινομηθεί κατά διδακτικούς στόχους και βαθμό δυσκολίας. Η προεργασία αυτή δίνει την ευχέρεια στον εκπαιδευτικό να επιλέξει τα θέματα των εξετάσεων με μεγαλύτερη σιγουριά. Εξυπακούεται ότι μια Τράπεζα Ερωτήσεων πρέπει να εμπλουτίζεται και να ανανεώνεται συνεχώς με νέα δεδομένα και με καινούργιες ερωτήσεις.

Μικρές ατομικές τράπεζες ερωτήσεων μπορούν να εκπονούν και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί με βάση τις ερωτήσεις, τις ασκήσεις και τα προβλήματα που χρησιμοποιούν καθημερινά στο σχολείο τους. μεγαλύτερων απαιτήσεων τράπεζες ερωτήσεων φτιάχνονται από εκπαιδευτικά ιδρύματα, παιδαγωγικά και ερευνητικά κέντρα.

ΜΕΡΟΣ Ι

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Σε μια κοινότητα όλοι οι καταναλωτές νερού πληρώνουν:

- 500 δρχ. πάγιο κάθε μήνα, ανεξαρτήτως αν καταναλώνουν ή όχι νερό
- Για τα πρώτα 12 κυβικά μέτρα (m^3) νερού πληρώνουν 40 δρχ./ m^3 .
- Για κάθε m^3 πάνω από τα 12 πληρώνουν 60 δρχ./ m^3 .

Να γράψετε μια συνάρτηση $\psi = f(x)$ που να δίνει το κόστος του νερού σε καθεμιά απ' τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α) Ένας καταναλωτής έλειπε ταξίδι όλο το μήνα.
- β) Ένας καταναλωτής ξόδεψε $x m^3$ όπου $x \leq 12$
- γ) Ένας καταναλωτής ξόδεψε $x m^3$ όπου $x > 12$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x + 2$, $\lambda < 0$. Να βρείτε:

- α) Τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες.
- β) Το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τη γραφική παράσταση και τους άξονες.
- γ) Την τιμή του λ , ώστε το εμβαδόν του παραπάνω τριγώνου να είναι 2 τετραγωνικές μονάδες.

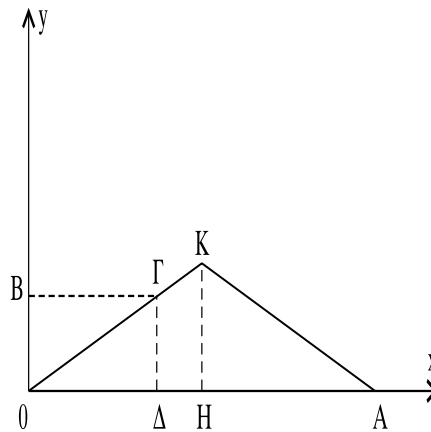
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - \lambda(x - 3) - 2x + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι για όλα τα $\lambda \in \mathbb{R}$ οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων διέρχονται από ένα σταθερό σημείο το οποίο και να προσδιορίσετε.

4. Η κορυφή Γ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ κινείται πάνω στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3$. Οι άλλες κορυφές είναι τα σημεία $A(1, 0)$ και $B(0, 1)$. Ποιες είναι οι συντεταγμένες του Γ όταν το $AB\Gamma$ γίνεται ισοσκελές;

5. Η συνάρτηση $f(x)$ έχει πεδίο ορισμού το A , είναι γνησίως αύξουσα σ' αυτό και $f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να εξετάσετε αν η $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα στο A και γιατί.
6. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και είναι άρτια. Στο $[\alpha, \beta]$ με $0 < \alpha < \beta$ είναι γνησίως αύξουσα. Να εξεταστεί η μονοτονία της στο $[-\beta, -\alpha]$.
7. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ είναι άρτια.
8. Η συνάρτηση $f(x) = -3x + 4$ έχει πεδίο ορισμού το $A = [-1, 2]$. Να βρείτε τα ακρότατα της f .
9. Να αποδείξετε ότι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση δεν μπορεί να είναι άρτια.
10. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα το πολύ σημείο.
11. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = x^3 - x$ και $g(x) = x^2 - 1$.
12. Δύο ευθείες με εξισώσεις $\varepsilon_1: x = x_0$ όπου $x_0 > 0$ και $\varepsilon_2: \psi = \psi_0$ όπου $\psi_0 > 0$ κινούνται παράλληλα προς τους άξονες $\psi'\psi$ και $x'x$ αντίστοιχα, έτσι ώστε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που σχηματίζεται από τις ευθείες και τους άξονες να έχει εμβαδόν 5 τετραγωνικές μονάδες. Πάνω σε ποια γραμμή κινείται το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 ;

13. Εξετάστε αν υπάρχει συνάρτηση που να είναι συγχρόνως άρτια και περιττή. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
14. Αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι περιττή με πεδίο ορισμού A , να εξεταστεί αν η συνάρτηση $g(x) = |f(x)|$ είναι άρτια στο A .
15. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης που είναι ορισμένη στο $(-a, a)$, $a > 0$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

15. Ένας αρχιτέκτονας σχεδιάζοντας τη τριγωνική στέγη μιας οικοδομής, όπως δείχνει το σχήμα, άφησε μια τρύπα Γ σε ύψος $\Gamma\Delta = 1,5$ m από τη βάση της στέγης, προκειμένου να περάσει το καλώδιο τηλεόρασης. Η στέγη είναι ισοσκελές τρίγωνο με βάση $OA = 10$ m και ύψος $KH = 2$ m. Θεωρώντας το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy να βρείτε:



- α) Την εξίσωση της ευθείας OK .
- β) Το μήκος του οριζώντιου καλωδίου $B\Gamma$.