

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 4

- ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $ax^2 + bx + \gamma = 0 \quad a \neq 0$

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑΣ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις ως προς x ή y:

α) $x^2 - 4x = 0$

β) $3x^2 = 4x$

γ) $2x^2 + x - 15 = 0$

δ) $5x^2 - 18x - 8 = 0$

ε) $x^2 - 6x + 7 = 0$

στ) $y^2 - y + 1 = 0$

ζ) $y^2 - (\alpha + 3)y + 3^{3\alpha} = 0$

η) $\frac{1}{2}x^2 + 5x + 1 = 0$

θ) $x^2 + 4κx - 21κ^2 = 0$

ι) $4x^2 - 4κx - 35κ^2 = 0$

κ) $8y^2 = 10κy + 3κ^2$

2. Να προσδιορίσετε το x συναρτήσει του y από τις εξισώσεις:

α) $2y^2 + 3xy - 7y = 2x^2 - 11x + 15$

β) $6y^2 - 4y - 3xy = 9x^2 + 9x + 2$

3. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+2}{2} - (x-2)^2 = \frac{3x-2}{2}$

4. Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $x^2 + bx + \alpha = 0$, βάλτε σε κύκλο τη σωστή ισότητα:

$\Delta = \alpha^2 - 4\beta \quad \Delta = \beta^2 \quad \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \quad \Delta = \beta^2 - 4\alpha \quad \Delta = 0$

5. Στη στήλη (B) βρίσκονται παραστάσεις που αντιστοιχούν στη διακρίνουσα των εξισώσεων της στήλης (A). Συνδέστε κάθε εξίσωση της στήλης (A) με την παράσταση που αντιστοιχεί στη διακρίνουσά της στήλης (B).

στήλη (A)	στήλη (B)
$x^2 - \alpha = 0$	$-\alpha^2$
$x^2 - \alpha x = 0$	4α
$x^2 - 3x - \alpha = 0$	$9 + 4\alpha$
$-x^2 + \alpha x + 3 = 0$	α^2
	$\alpha^2 + 12$
	$\alpha^2 - 12$

• **ΕΙΔΟΣ ΚΑΙ ΠΛΗΘΟΣ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $ax^2 + bx + \gamma = 0$ $a \neq 0$**

1. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει δύο ρίζες άνισες;

A. $x^2 - x + 5 = 0$

B. $x^2 + 2\kappa x + \kappa^2 = 0$

Γ. $x^2 - 2x + 7 = 0$

Δ. $x^2 - x - \kappa^2 = 0$ Ε. $x^2 - 6x + 9 = 0$

2. Να βρείτε αν έχει ρίζες και πόσες καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις χωρίς να τις λύσετε:

α) $-x^2 + 4x + 6 = 0$

β) $3x^2 + 2x + 1 = 0$

γ) $2x^2 = 4x - 2\sqrt{3} = 0$

δ) $x^2 - 4x + 4 = 0$

ε) $x^2 - 6mx + 9m = 0$

στ) $2x^2 - 3x + 8 = 0$

ζ) $x^2 - (m - 3)x + m - 4 = 0$

η) $m^2x^2 = m^2 - 5x$

θ) $(m - 3)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$

3. Η εξίσωση $x^2 + (m - 1)x - 1 = 0$ έχει ρίζες οποιοσδήποτε κι αν είναι ο m .
Γιατί;
4. Η εξίσωση $\lambda x^2 + 5x + 10 = 0$:
α) Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση;
β) Για ποια τιμή του λ έχει μια λύση διπλή;
γ) Να βρεθεί η διπλή ρίζα.
5. Δείξτε ότι αν στην εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ τα a και γ είναι ετερόσημα, τότε η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
6. Αν η εξίσωση $x^2 - 2(\kappa - 1)x + 9 = 0$ έχει μια διπλή ρίζα, τότε ο κ ισούται με:
Α. 2 Β. -2 Γ. 4 Δ. -4 Ε. 3
7. Η εξίσωση $(\lambda + 1)x^2 + \lambda x - 1 = 0$ έχει μία μόνο ρίζα όταν ο λ ισούται με:
Α. 2 Β. -2 Γ. 1 Δ. -1 Ε. 0
8. Αν η εξίσωση $x^2 - \beta x + \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$ δεν έχει ρίζες, ποια από τις παρακάτω εξισώσεις δεν έχει επίσης ρίζες;
Α. $x^2 - \beta x - \gamma = 0$
Β. $\gamma x^2 - \beta x + 1 = 0$
Γ. $-x^2 + \beta x + \gamma = 0$
Δ. $\gamma x^2 + \beta x - 1 = 0$
Ε. $\gamma x^2 - \beta x - 1 = 0$
9. Αν η εξίσωση $x^2 + \beta x - \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες, συμπληρώστε δίπλα από κάθε εξίσωση το πλήθος των ριζών της.
α) $x^2 - \beta x - \gamma = 0$

β) $\gamma x^2 + \beta x - 1 = 0$

γ) $-x^2 - \beta x + \gamma = 0$

δ) $\gamma x^2 - \beta x - 1 = 0$

ε) $-\gamma x^2 - \beta x + 1 = 0$

10. Αν η εξίσωση $x^2 + 12x + \gamma = 0$ έχει μια διπλή ρίζα, το γ ισούται με:
 Α. 24 Β. -24 Γ. 36 Δ. -36 Ε. 48

11. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει $\Delta > 0$:
 Α. $x^2 + 1 = 0$ Β. $x(x - 2) = 0$
 Γ. $|x^2 - 1| + 3 = 0$ Δ. $x^2 + (x - 1)^2 = -5$ Ε. $x^2 + (x - 1)^2 = 0$

• **ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ**

$ax^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad a \neq 0$

1. Η εξίσωση $x^2 + 2x - 8 = 0$ δέχεται ως ρίζα έναν από τους παρακάτω αριθμούς: 1, -1, 2, -2
 Βρείτε ποιον και στη συνέχεια να βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης με δύο τρόπους, χωρίς να τη λύσετε.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το άθροισμα και το γινόμενο των δύο ριζών.

Να γίνει το ίδιο και για τις εξισώσεις:

α) $x^2 + 7x - 8 = 0$

β) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

γ) $-x^2 + x + 2 = 0$

δ) $x^2 + 3x + 4 = 0$

2. Να ελέγξετε αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ρίζες. Στην περίπτωση που έχουν να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών.

α) $x^2 - 3x + 14 = 0$

β) $-x^2 + 4x + 6 = 0$

γ) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

δ) $2x^2 - 4x - 2\sqrt{3} = 0$

ε) $x^2 + x(1 + 2\sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 0$

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + x + \lambda - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποια τιμή του λ είναι: $x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 5 = 0$

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \lambda^2 - 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = -4$

5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$. Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4}$

6. α) Αποδείξτε ότι η εξίσωση $x^2 + \lambda x - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές, οποιοσδήποτε και αν είναι ο αριθμός λ .

- β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες αυτές, να βρείτε τις παρακάτω παραστάσεις:

i) $x_1 + x_2$

ii) x_1x_2

iii) $x_1^2 + x_2^2$

iv) $x_1x_2^2 + x_2x_1^2$

7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 20(\mu + 3)x + \mu^2 + 6\mu - 5 = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 . Αποδείξτε ότι η διαφορά $\rho_1 - \rho_2$ δεν εξαρτάται από το μ .

8. Ποιο είναι το κ , όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;
9. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2 + \kappa(x - 6) = 0$ έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι $-\frac{1}{2}$;
10. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $6x^2 + 7x + \kappa = 0$ έχει μια ρίζα διπλή;
11. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 7 = 0$, ποια από τις παρακάτω ισότητες είναι αληθής;
- A. $\rho_1 + \rho_2 = -\frac{5}{2}$ B. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{5}$
- Γ. $\rho_1\rho_2 = -\frac{7}{5}$ Δ. $\rho_1 + \rho_2 = \frac{5}{2}$ E. $\rho_1\rho_2 = \frac{7}{2}$
12. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\gamma \neq 0$, τότε η εξίσωση $\gamma x^2 + \beta x + 1 = 0$ έχει για ρίζες της:
- A. $\rho_1, -\rho_2$ B. $-\rho_1, \rho_2$
- Γ. $\rho_1, \frac{1}{\rho_2}$ Δ. $\frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho_2}$ E. $\frac{1}{\rho_1}, \rho_2$
13. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της $x^2 + (\alpha + \gamma)x + \alpha\gamma - \beta^2 = 0$ να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης $y^2 - (\rho_1 + \rho_2)y + \rho_1\rho_2 + \beta^2$ χωρίς να χρησιμοποιηθεί ο τύπος που λύνει τη δευτεροβάθμια εξίσωση.
14. Δίνεται η εξίσωση: $9x^2 + 6x + \gamma = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 . Εάν γνωρίζουμε ότι $\rho_1 - \rho_2 = 2$,
- α) να βρείτε τις ρίζες ρ_1 και ρ_2
- β) να βρείτε το γ .

16. Να σχηματίσετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς:

α) $x_1 = 4, \quad x_2 = 3$

β) $x_1 = 2, \quad x_2 = \mu$

γ) $x_1 = 2\mu + 3, \quad x_2 = 3 - 2\mu$

δ) $x_1 = 5 + \sqrt{2}, \quad x_2 = 5 - \sqrt{2}$

ε) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

στ) $x_1 = \frac{\alpha}{\beta}, \quad x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \quad \alpha\beta \neq 0$

ζ) $x_1 = \frac{2\mu + 1}{\mu}, \quad x_2 = \frac{3\mu + 1}{\mu} \quad \mu \neq 0$

16. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ να σχηματίσετε μια άλλη εξίσωση που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς $k\rho_1, k\rho_2$, όπου k ακέραιος αριθμός.

17. Αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν δύο ρίζες άνισες, ποια απ' αυτές έχει ρίζες αντίστροφους αριθμούς;

A. $-4x^2 - \beta x + 4 = 0$

B. $4x^2 + \beta x - 4 = 0$

Γ. $x^2 + \beta x - 1 = 0$

Δ. $x^2 - \beta x + 1 = 0$

E. $-x^2 - \beta x + 1 = 0$

• **ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0$$

1. Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις αντιστοιχεί ο πίνακας:

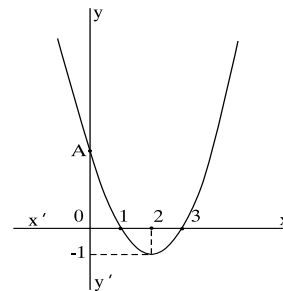
x	1	
f(x)	↗	↘

7

- A. $f(x) = x^2 - 2x + 6$
- B. $f(x) = 3x^2 - 3x + 4$
- Γ. $f(x) = -4x^2 + 8x - 5$
- Δ. $f(x) = x^2 + 2x + 6$
- E. $f(x) = -x^2 + 2x + 6$

2. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της $y = x^2 + bx + \gamma$.

- α) Να βρεθούν τα β, γ.
- β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της $y = x^2 + bx + \gamma$;
- γ) Ποια είναι η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης;
- δ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του Α.
- ε) Για ποιες τιμές του x το y ισούται με 7;



3. Χρησιμοποιώντας την έννοια της μεταβολής της συνάρτησης $y = x^2$ και την καμπύλη που την παριστάνει γραφικά, συμπληρώστε:

- Αν $x < -5$ τότε x^2
- Αν $x > \sqrt{2}$ τότε x^2
- Αν $1 < x < \sqrt{5}$ τότε x^2
- Αν $-2 < x < 0$ τότε x^2
- Αν $-2 < x < 3$ τότε x^2
- Αν $x^2 < 4$ τότε x

Αν $x^2 > 1$ τότε x ή x

Αν έχουμε $x > -1$ τότε μπορούμε να πούμε ότι $x^2 > 1$;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

• **ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ
ΣΤΗ ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ**

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

β) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

γ) $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$

δ) $6y^4 + 17y^2 = -12$

ε) $x^4 - 2(\alpha^2 + \beta^2)x^2 + (\alpha^2 - \beta^2)^2 = 0$

2. Να σχηματίσετε διτετράγωνη εξίσωση που να έχει ρίζες $\pm\sqrt{3}$ και $\pm\sqrt{2}$.

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $|x|^2 + 2|x| + 1 = 0$

β) $|x - 1|^2 - 4 = 3|x - 1|$

4. Να λυθεί το σύστημα:

$$x^2 + y^2 = 113$$

$$xy = 56$$

$$x - y = 1$$

5. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & y = 2x^2 \\ & -2x + y = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ & x^2 + y^2 = 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma) \quad & x + y = \frac{5}{2} \\ & \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{35}{6} \end{aligned}$$

• **ΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ** $ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$ **ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ**

1. Δίνονται τα τριώνυμα:

$$2x^2 + 3x + 1$$

$$-x^2 + 6x - 1$$

$$2x^2 - 4x + 1$$

$$x^2 - (2 + \sqrt{5})x + 2\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$$

α) Ελέγξτε αν καθένα από αυτά έχει δύο ρίζες.

β) Υπολογίστε τις ρίζες.

γ) Τρέψτε τα τριώνυμα αυτά σε γινόμενα.

2. α) Βρείτε το λ έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 10 = 0$ να έχει ρίζα το 1. Στη συνέχεια:

β) Βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης.

γ) Τρέψτε το πρώτο μέλος της εξίσωσης σε γινόμενο.

3. Απλοποιήστε τις κλασματικές παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 3}$$

$$\beta) \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 + x - 12}$$

$$\gamma) \frac{4x^2 - 9}{4x^2 - 12x + 9}$$

$$\delta) \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 + 4x - 12}$$

$$\epsilon) \frac{x^2 - \alpha x - 6\alpha^2}{x^2 - 7\alpha x + 12\alpha^2}$$

$$\sigma\tau) \frac{x^2 - 25}{x^2 - 6x + 5}$$

$$\zeta) \frac{x^3 + 2\alpha a^2 + \alpha x^2}{\alpha x^2 - \alpha^3}$$

4. Συνδέστε με μια γραμμή κάθε τριώνυμο της στήλης Α με την αντίστοιχη παραγοντοποιημένη μορφή του της στήλης Β:

στήλη Α	στήλη Β
$x^2 + (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$	$(x - \alpha)(x - \beta)$
$x^2 - (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$	$(x + \alpha)(x - \beta)$
$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$(x - \alpha)(x + \beta)$
$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$(x + \alpha)(x + \beta)$
	$(\alpha - x)(x + \beta)$
	$(\alpha + x)(\beta - x)$

5. Οι ρίζες του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ είναι $x_1 = 1$, $x_2 = -2$ και η παραγοντοποιημένη μορφή του $(1 - x)(x + 2)$. Τότε ο a ισούται με:
 Α. 1 Β. - 1 Γ. 2 Δ. - 2 Ε. 3

• **ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ $ax^2 + bx + \gamma$ $a \neq 0$**

1. Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 + 2x - 1$
 - α) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται ίσο με 0;
 - β) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται θετικό;
 - γ) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται αρνητικό;

2. Το ίδιο για το τριώνυμο $3x^2 + 3x + 2$.

3. Για ποιες τιμές του x καθεμιά από τις παρακάτω ρίζες:
 $\sqrt{2x^2 - 7x + 3}$, $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$, $\sqrt{x^2 + 9x + 18}$, $\sqrt{2x^2 - x + 1}$
 έχει έννοια πραγματικού αριθμού;

4. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 8x + 12 = 0$.
 - α) Ποιες είναι οι ρίζες του;
 - β) Όταν το x μεταβάλλεται από 3 έως 5, το πρόσημο του $x^2 - 8x + 12$ μεταβάλλεται; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

5. Να λυθούν οι ανισώσεις:
 - α) $-x^2 + 5x - 6 \leq 0$
 - β) $-x^2 + 4x - 4 > 0$
 - γ) $-x^2 + x - 1 < 0$
 - δ) $2x^2 + x - 15 > 0$
 - ε) $5x^2 + 3x - 2 < 3x^2 - 2x + 10$
 - στ) $6x^2 - 8 < 2x^2 - 3x + 2$
 - ζ) $x^2 + 1 > 0$
 - η) $4x^2 + 5 > 0$

6. Ναδειχθεί ότι η ανίσωση $x^2 + 6ax + 9a^2 + 4 > 0$ αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x .

7. Να βρεθούν οι τιμές του μ για τις οποίες το τριώνυμο $(\mu - 5)x^2 - 3x + 4$ είναι θετικό για κάθε πραγματικό αριθμό x .

8. Αν το τριώνυμο $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$ έχει $\Delta < 0$, ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x ;

A. $f(x) < 0$ B. $-3f(x) \geq 0$ Γ. $(x^2 + 1) \cdot f(x) > 0$

Δ. $\frac{f(x)}{x^2 + 1} < 0$ Ε. $\frac{f(x)}{x^2 + 1} \leq 0$

9. Το τριώνυμο $f(x) = x^2 - 5x - 6$ έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 6 .

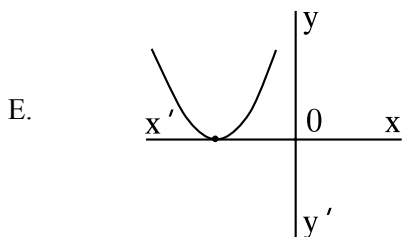
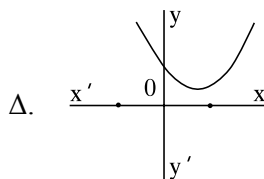
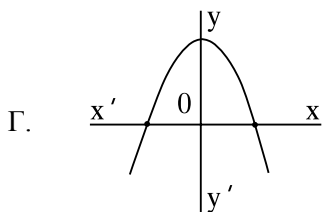
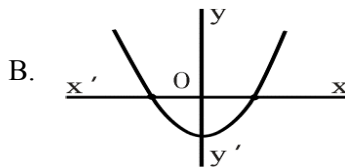
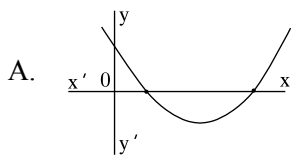
Ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή;

A. $f(0, 1999) > 0$ B. $f(0, 1999) \geq 0$ Γ. $f(1999) < 0$

Δ. $f(1999) \leq 0$ Ε. $f(-1999) > 0$

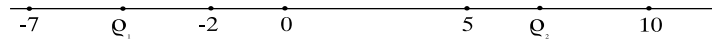
10. Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύουν συναρτήσεις γενικής μορφής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$

Σε ποια από αυτές είναι $\Delta > 0$ και $a < 0$;



11. Στον παρακάτω άξονα είναι τοποθετημένες οι ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης

$$-x^2 + \beta x + \gamma = 0 \text{ και οι αριθμοί } -7, -2, 5, 10.$$



Αν $f(x) = -x^2 + \beta x + \gamma$ να συμπληρώσετε το κατάλληλο σύμβολο ($>$) ή ($<$) στα παρακάτω κενά:

$$\begin{array}{ll} f(-7) \dots\dots\dots 0 & f(-2) \dots\dots\dots 0 \\ f(5) \dots\dots\dots 0 & f(10) \dots\dots\dots 0 \end{array}$$

12. Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $x^2 - 18x + \gamma = 0$ γίνεται μέγιστο όταν ο γ ισούται με:

- A. - 18 B. 18 Γ. 18^2 Δ. 81 E. - 81

• **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $A(x) \cdot B(x) \cdot \Gamma(x) \dots \Phi(x) \geq 0$**

1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

- α) $(x - 1)(x - 2) > 0$
- β) $(x + 1)(x + 3) < 0$
- γ) $(x^2 + 1)(x - 6) > 0$
- δ) $(x - 5)(x + 1)^2(x + 2)(x - 3) < 0$
- ε) $x(x^2 - 3x + 2)(2x^2 + 5x + 3)(x^2 + x + 1) < 0$
- στ) $(x + 2)^2(2x^2 - 5x - 3)(3x^2 + 2x + 1) > 0$
- ζ) $x^3 - x^2 - 20x < 0$
- η) $4x^3 - 20x^2 + 18x < 0$

- **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ** $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ ή $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$

1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) \text{ (i) } \frac{1}{x} > 0 \quad \text{(ii) } \frac{1}{x} < 0$$

$$\beta) \frac{1}{x+2} > 0$$

$$\gamma) \text{ (i) } \frac{-3}{x^2} > 0 \quad \text{(ii) } \frac{-3}{x^2} < 0$$

$$\delta) \frac{3x-1}{x+2} > 2$$

$$\epsilon) \frac{x^2+3x-4}{x(x+3)} < 0$$

$$\sigma\tau) \frac{4x}{3x-x^2} > \frac{1}{2}$$

$$\zeta) \frac{7x^2}{x^3+3x^2} > 0$$

$$\eta) \frac{2x^2-4x+5}{x^2+2} > 1$$

$$\theta) \frac{x^2-4x+3}{x-2} > 0$$

2. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x-1}{3x+1} < 2$

3. Ναδειχθεί ότι για κάθε $x \in (1, 4)$ το κλάσμα $A = \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x+1}$ είναι

αρνητικό.

• **ΣΥΝΑΛΗΘΕΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ**

1. Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$x^2 - 8 < 0 \quad \text{και} \quad x^2 - 5x + 6 > 0$$

2. Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$-x^2 + 2x < -3$$

$$x^2 - 2x - 15 < 0$$

$$x - 2 > 0$$

3. Για ποιες τιμές του x ισχύει η διπλή ανίσωση:

$$-3 < -x^2 + 2x + 3 < 0$$

• **ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

1. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις x και y είναι 24 cm. Αν οι διαστάσεις του ορθογωνίου αυξηθούν και οι δύο κατά 2 cm, το εμβαδόν του θα γίνει 60 cm². Να βρεθούν τα x , y .

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Τα μήκη των τριών πλευρών του είναι:

$$x, \quad (x + 3), \quad (x + 6)$$

α) Αποδείξτε ότι το x είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 6x - 27 = 0$

β) Λύστε την εξίσωση $x^2 - 6x - 27 = 0$ και εξετάστε αν και οι δύο λύσεις της είναι λύσεις του προβλήματος.