

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Για την αξιολόγηση του μαθητή και της διδασκαλίας ενός μαθήματος θα πρέπει να υπάρχει ένας *συνολικός σχεδιασμός κατά ευρύτερη διδακτική ενότητα* ο οποίος θα συνδέεται φυσικά με τον ετήσιο σχεδιασμό του διδάσκοντος για το συγκεκριμένο μάθημα.

Η φύση των Μαθηματικών, ως συνόλου εννοιών και σχέσεων εννοιών ιεραρχημένης δομής, όπου κάθε έννοια παράγεται από ή συνδέεται με προηγούμενες στην ιεραρχία έννοιες είναι το βασικότερο στοιχείο που *πρέπει να χαρακτηρίζει κάθε σχεδιασμό αξιολόγησης* ενός μαθήματος των Μαθηματικών και κατ' ακολουθίαν κάθε σχέδιο κριτηρίου αξιολόγησης των μαθητών που παρακολουθούν το μάθημα αυτό.

Η φύση των Μαθηματικών καθορίζει και την έννοια: *μάθηση στα Μαθηματικά* η οποία συνίσταται «στη *γνώση του συσχετισμού κάθε έννοιας με τις άλλες έννοιες της ιεραρχίας των Μαθηματικών εννοιών*».*

Επομένως, προκειμένου *ένας σχεδιασμός αξιολόγησης μιας ευρύτερης ενότητας να πληροί την παραπάνω χαρακτηριστική ιδιότητα* θα πρέπει ο διδάσκων να διατυπώνει ερωτήσεις και υποερωτήματα, όπου αυτό κρίνεται αναγκαίο, κατά διδακτική ενότητα του διδακτικού βιβλίου αντίστοιχα *προς το σύνολο των διδακτικών στόχων*. Οι ερωτήσεις και τα υποερωτήματα θα πρέπει να καλύπτουν τις συνδέσεις όλων των εννοιών που η ενότητα περιέχει. Έτσι ο διδάσκων:

- *έχει τη βεβαιότητα ότι καλύπτει με τη διδασκαλία όλους τους διδακτικούς στόχους*
- *ελέγχει τις συνδέσεις των εννοιών*
- *μπορεί να αξιολογεί σταδιακά την επίτευξη των διδακτικών στόχων και*

* (The Psychology of Learning Mathematics - Skemp R. σελ. 26).

- *μπορεί να επιλέγει οποτεδήποτε κρίνει αναγκαίο*
 - ερωτήσεις για τη σύνταξη κριτηρίων ολιγόλεπτων ή ωριαίων εξετάσεων στο μάθημα της ημέρας*
 - ερωτήσεις για τη σύνταξη ωριαίων κριτηρίων σε ευρύτερη διδακτική ενότητα.*

Επισημαίνεται ότι η ανάλυση μιας ερώτησης σε υποερωτήματα συνεισφέρει:

- *στον έλεγχο της επίτευξης περισσότερων και πιο ειδικών διδακτικών στόχων*
- *στην αντικειμενικότερη βαθμολόγηση του μαθητή, αφού η βαθμολογία κάθε ερώτησης μπορεί να κατανεμηθεί στα υποερωτήματα ανάλογα με την έκταση και τη βαρύτητά τους*
- *στη διευκόλυνση του μαθητή για την αντιμετώπιση της εξέτασης, αφού ο μαθητής μπορεί να απαντήσει σε μέρος των ερωτημάτων.*

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΓΙΑ ΤΟ 3ο ΚΑΙ ΤΟ 4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Στις σελίδες που ακολουθούν:

- διατυπώνονται ερωτήσεις κατά διδακτική ενότητα στα παρακάτω
Κεφάλαιο 3 - Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων και
Κεφάλαιο 4 - Εξισώσεις - Ανισώσεις Δευτέρου Βαθμού του διδακτικού
βιβλίου της Άλγεβρας της Α΄ Λυκείου (ΟΕΔΒ - 1998) και
- παρουσιάζονται δύο σχέδια κριτηρίων αξιολόγησης για κάθε κεφάλαιο.
Στα σχέδια αυτά η συνολική βαθμολογία κατανέμεται κατά ερωτήσεις
και υποερωτήματα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 3

• ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ

1. α) Ένα από τα παρακάτω ζεύγη αποτελεί λύση της εξίσωσης $x + 5y = 7$.

Ποιο; Κυκλώστε το.

A. $(-1, 1)$ B. $(8, -\frac{1}{5})$ Γ. $(1, 1)$ Δ. $(-\frac{1}{5}, 1)$ E. $(-8, -\frac{1}{5})$

β) Γράψτε δύο ακόμη ζεύγη που να είναι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης:

2. Δίνεται η εξίσωση $2x - 3y = 7$.

α) Μετασηματίστε τη γραφή της έτσι ώστε να μπορείτε να υπολογίζετε τον άγνωστο y όταν γνωρίζετε τον άλλο άγνωστο x .

β) Μετασηματίστε τη γραφή της έτσι ώστε να μπορείτε να υπολογίζετε τον άγνωστο x όταν γνωρίζετε τον y .

γ) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να προσδιορίσετε το σημείο τομής της ευθείας $2x - 3y = 7$
- με τον άξονα $x'x$
- με τον άξονα $y'y$

3. Δίνεται η εξίσωση $y = -1$. Να γράψετε δύο λύσεις της υπό μορφή ζευγών. Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά όλες της λύσεις της.

4. Δίνεται η εξίσωση $x = 4$. Να γράψετε δύο λύσεις της υπό μορφή ζευγών. Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά όλες τις λύσεις της.

5. Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις: $2x + 2y = 16$ και $x + y = 8$ έχουν το ίδιο σύνολο λύσεων.

Ποια θα είναι η σχετική θέση των ευθειών που παριστάνουν αυτές οι δύο εξισώσεις;

6. Δίνεται η γραμμική εξίσωση $ax + by = 12$ (1)
- Να προσδιοριστεί το a αν η ευθεία που παριστάνει η (1) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο 3.
 - Να προσδιοριστεί το b αν η ευθεία που παριστάνει η (1) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο - 2.
 - Για τη συγκεκριμένη εξίσωση που βρήκατε, προσδιορίζοντας τα a και b , να παραστήσετε γραφικά τις άπειρες λύσεις της.
 - Να βρεθούν τα ζεύγη που επαληθεύουν την ίδια εξίσωση και πληρούν τη σχέση $x + y = 4$.
7. Η εξίσωση $2x - y = 1$ δέχεται σαν γενική λύση ένα από τα παρακάτω ζεύγη:
Ποιο; Κυκλώστε το.
- A. $(\kappa, 2\kappa)$ B. $(\kappa, -\frac{\kappa}{2})$ Γ. $(\kappa, 2\kappa - 1)$ Δ. $(\kappa, \kappa + 1)$ E. $(2\kappa, -\kappa)$

• **ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ
ΜΕ ΔΥΟ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ**

- Επαληθεύστε ότι το σύστημα

$$x + 3y = 0$$

$$2x - 5y = 0$$
 έχει ως λύση το ζεύγος $(0, 0)$.
- Βρείτε από μνήμης μια λύση του συστήματος:

$$5x + 2y = 7$$

$$2x + 3y = 5$$
- Να λυθεί το σύστημα:

$$x = 2y - 8$$

$$x + 4y = 9$$

4. Να λυθεί το σύστημα:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 5$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} = 22$$

5. Να λυθεί το σύστημα:

$$3(x - 4) + 2(y + 2) = -9$$

$$(x - 5) - 4(y - 3) = 26$$

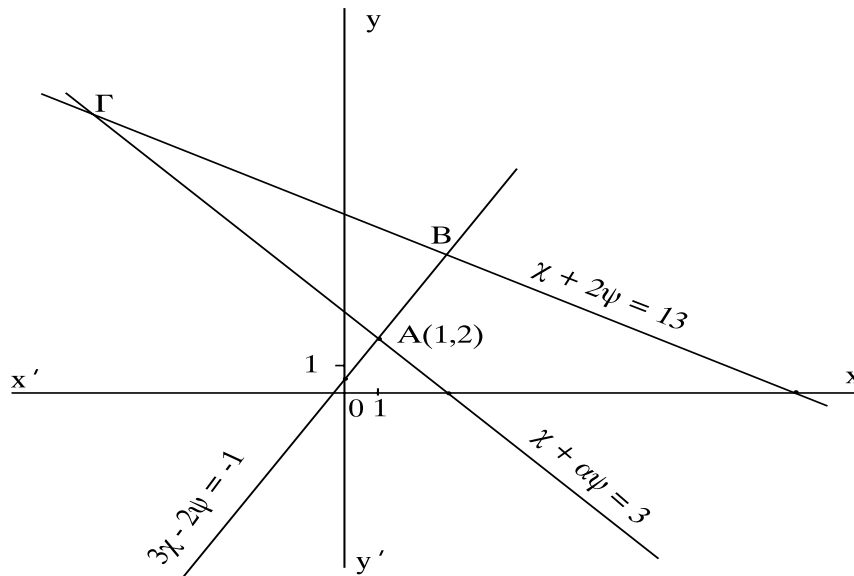
6. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α και β έτσι ώστε το σύστημα

$$\alpha x - y = -\beta$$

$$4x - y = +\beta$$

να έχει λύση το ζεύγος $(5, 23)$.

7. Οι ευθείες $x + \alpha y = 3$, $3x - 2y = -1$ και $x + 2y = 13$ τέμνονται ανά δύο όπως δείχνει το σχήμα.



α) Συμπληρώστε τις προτάσεις:

- οι συντεταγμένες του Α (x, y) είναι λύση του συστήματος

- οι συντεταγμένες του Β (x, y) είναι λύση του συστήματος

- οι συντεταγμένες του Γ (x, y) είναι λύση του συστήματος.....

β) Με δεδομένο ότι το σημείο (1, 2) ανήκει στην ευθεία $x + ay = 3$

να προσδιοριστεί ο αριθμός α.

γ) Να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες του σημείου Γ.

• **Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΥΣΑΣ**

1. Συμπληρώστε τα κενά:

A. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

B. $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \kappa \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

Γ. $\begin{vmatrix} \kappa\alpha & \kappa\beta \\ -\beta & \dots \end{vmatrix} = \kappa\alpha^2 + \dots\dots\dots$

Δ. $\begin{vmatrix} \lambda\alpha & \alpha \\ \lambda\beta & \beta \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

2. Αν $\lambda\nu \neq 0$ η ισότητα $\begin{vmatrix} \kappa & \mu \\ \lambda & \nu \end{vmatrix} = 0$ είναι ισοδύναμη με μια από τις παρακάτω

ισότητες:

A. $\kappa\mu = \lambda\nu$

B. $\frac{\kappa}{\nu} = \frac{\mu}{\lambda}$

Γ. $\kappa\lambda = \mu\nu$

Δ. $\frac{\kappa}{\lambda} = \frac{\mu}{\nu}$

Ε. $\frac{\nu}{\kappa} = \frac{\lambda}{\mu}$

3. Δίνεται το σύστημα: $ax + by = a + 1$
 $x + y = 1$

α) Να υπολογίσετε τις D, D_x, D_y .

β) Αν $\beta - \alpha = 3$ να βρεθούν τα x, y με τη βοήθεια των παραπάνω οριζουσών.

• ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

1. Το σύστημα $2x - 3y = 7$
 $2x - 3y = -10$

έχει λύση; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

2. Το σύστημα $12x + 90y = 10$
 $6x + 45y = 5$

πόσες λύσεις έχει; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους δεν μπορεί να έχει δύο ζεύγη αριθμών ως λύσεις. Γιατί;

4. Να λυθεί το σύστημα: $(\lambda^2 + 1)x = 5$
 $x - y = 3$

5. Να λυθεί το σύστημα: $(1 - \lambda)y = 3$
 $x + 4y = -1$

6. Δίνεται το σύστημα: $ax - y = -\beta$
 $4x - y = -3$

Βρείτε για ποιες τιμές των πραγματικών αριθμών α και β :

α) το σύστημα δεν έχει λύση

β) το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

7. Δίνεται το σύστημα: $2x + 5y = 0$
 $3x + 4y = 0$

- α) Υπολογίστε την ορίζουσα του D.
- β) Το σύστημα αυτό έχει μια προφανή λύση. Ποια;
- γ) Μπορεί το παραπάνω σύστημα να έχει άλλη λύση; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

8. Να συμπληρώσετε καθένα από τα κενά με μία από τις παρακάτω φράσεις:

- α) έχει μια λύση,
- β) έχει άπειρες λύσεις,
- γ) είναι αδύνατο.

A. $0x + 0y = 0$
 $0x + y = 0$

B. $0x + 0y = 1$
 $0x + 5y = 7$

Γ. $0x + 0y = 9$
 $0x + 0y = 0$

Δ. $x + 0y = 5$
 $0x + y = 1$

9. Κάθε πρόταση της στήλης (A) να συνδεθεί με την κατάλληλη τιμή του λ που βρίσκεται στη στήλη (B).

στήλη (A)	στήλη (B)
Το σύστημα $x + 3y = 10$ $2x - \lambda y = 2$ είναι αδύνατο.	$\lambda = 3$ $\lambda = -6$
Το σύστημα $x + 3y = \lambda - 1$ $2x + 6y = 4$ έχει άπειρες λύσεις.	$\lambda = 0$ $\lambda = -3$
Η ορίζουσα $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ \lambda & -\lambda \end{vmatrix} = 15$	$\lambda = 2$
Η γραμμική εξίσωση $\lambda x + \lambda(\lambda - 3)y = 4$ δεν παριστάνει ευθεία.	$\lambda = 1$

10. Το σύστημα $-3x + 2y = \alpha$ $\alpha \neq 0$
 $6x - 4y = \kappa\alpha$

δέχεται άπειρες λύσεις για μια από τις παρακάτω τιμές του κ :
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

- A. 1 B. -2 Γ. 3 Δ. α E. 0

11. Το σύστημα $3x + \alpha y = 6$
 $x + y = 8$

είναι αδύνατο όταν ο α είναι:

- A. -3 B. 1 Γ. 0 Δ. 3 E. -1

12. Αν σ' ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους είναι:
 $D \neq 0$ και $2D = Dx$ τότε ο x ισούται με:
 Α. - 2 Β. - 1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. 2
13. Αν το σύστημα $kx + 3y = - 9$
 $x - y = 3$
 επαληθεύεται για δύο ζεύγη (x, y) τότε το k ισούται με:
 Α. 3 Β. 0 Γ. 1 Δ. 2 Ε. - 3
14. Συμπληρώστε τα κενά με μια εξίσωση:
- α) Το σύστημα $2x + 3y = 8$
 είναι αδύνατο.
- β) Το σύστημα $x + 2y = 8$
 έχει λύση το ζεύγος $(2, 3)$.
- γ) Το σύστημα $x + 2y = 5$
 έχει άπειρες λύσεις.
- δ) Το σύστημα $2x - y = 10$
 $2x - y = 13$ είναι
- ε) Το σύστημα $2x + y = 12$
 έχει λύση πάνω στη διχοτόμο της
 πρώτης γωνίας ενός ορθογωνίου
 συστήματος αξόνων.
- στ) Το σύστημα $2x + 5y = 7$
 έχει για λύση ζεύγος αντιθέτων
 αριθμών.

• **ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΡΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ
ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ**

Να λυθούν τα συστήματα:

1. $x + y + z = 0$
 $x + 2y + 3z = -5$
 $x + 4y + 9z = -18$

2. $x + y + z = 4$
 $2x - y + z = 8$
 $x - 3y - 2z = 1$

3. $2\alpha + \beta + \gamma = 5$
 $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$
 $\alpha + \beta + 2\gamma = 1$

4. $x + 4y + z = 7$
 $x + 4y - z = 13$
 $2x - y + 2z = 5$

5. $\alpha + \beta = 10$
 $\beta + \gamma = 25$
 $\gamma + \delta = 15$

6. $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{\omega}{5}$
 $3x + y - \omega = 15$