

ΓΩΝΙΕΣ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ

Γωνίες με την ίδια τελική πλευρά

Γωνίες με άθροισμα 180° - Γωνίες με διαφορά 180° - Γωνίες αντίθετες

Γωνίες με άθροισμα 90° - Γωνίες με διαφορά 90°

Γωνίες με την ίδια τελική πλευρά

1. Συμπληρώστε τις ισότητες:

α) $\eta\mu(2\kappa\pi + \alpha) = \dots\dots\dots$

β) $\epsilon\phi(8\pi - \alpha) = \dots\dots\dots$

γ) $\sigma\upsilon\nu(\alpha - 2\lambda\pi) = \dots\dots\dots$

δ) $\sigma\phi(10\pi - \alpha) = \dots\dots\dots$

2. Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις ισότητες:

	Σωστό	Λάθος
α) $\eta\mu 500^\circ = \eta\mu 140^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
β) $\sigma\upsilon\nu 750^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
γ) $\epsilon\phi(-1200^\circ) = \epsilon\phi(-120^\circ)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

780° , 1110° , $\frac{17\pi}{3}$

4. Το $\eta\mu 660^\circ$ ισούται με το:

- Α. $\eta\mu 120^\circ$ Β. $\sigma\upsilon\nu 60^\circ$ Γ. $\sigma\upsilon\nu 120^\circ$ Δ. $\eta\mu(-60^\circ)$ Ε. $\eta\mu 260^\circ$

5. Να δείξετε ότι: $\epsilon\phi(740^\circ + x - y) - \epsilon\phi(20^\circ + x - y) = 0$.

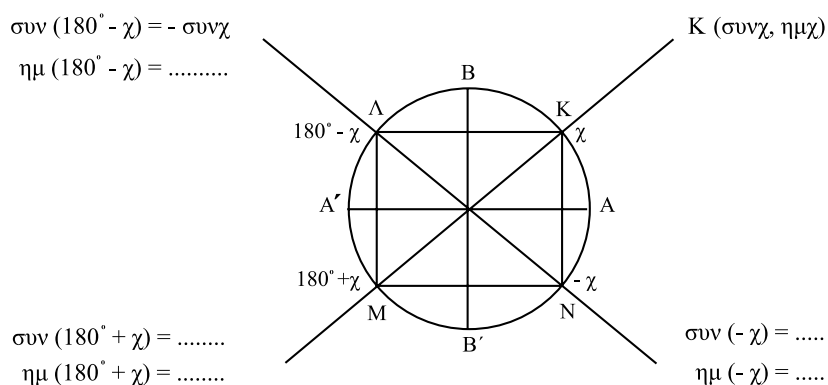
6. Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $\frac{\eta\mu(3\pi + \alpha) \sigma\phi(7\pi + \alpha) \sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu(3\pi + \alpha) \sigma\phi(4\pi + \alpha) \eta\mu\alpha}$

7. Να αντιστοιχήσετε τις γωνίες της στήλης (A) στις γωνίες της στήλης (B), με τις οποίες έχουν τους ίδιους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

στήλη (A)	στήλη (B)
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{15\pi}{6}$
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{6}$
$\frac{2\pi}{7}$	$\frac{19\pi}{4}$
	$\frac{15\pi}{4}$
	$\frac{30\pi}{7}$
	$\frac{23\pi}{7}$

Γωνίες με άθροισμα 180° - Γωνίες με διαφορά 180° - Γωνίες αντίθετες

1. Με τη βοήθεια του παρακάτω τριγωνομετρικού κύκλου συνδέστε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών: $180^\circ - x$, $180^\circ + x$ και $-x$ στις παρακάτω ισότητες.



2. Υπολογίστε:

α) $\eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ β) $\epsilon\phi(-45^\circ)$

γ) $\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ δ) $\sigma\phi(-60^\circ)$

3. Εάν x και y είναι δύο οποιεσδήποτε γωνίες, να δείξετε ότι:

α) $\sigma\upsilon\nu(x - y) = \sigma\upsilon\nu(y - x)$

β) $\eta\mu(x - y) = -\eta\mu(y - x)$

4. Επαληθεύστε τις ισότητες:

α) $\sigma\upsilon\nu(x - \pi) = \sigma\upsilon\nu(x + \pi)$

β) $\eta\mu(x - \pi) = \eta\mu(\pi + x)$

5. Να εκφράσετε συναρτήσει του $\sigma\upsilon\nu x$ και του $\eta\mu x$ την παράσταση:

$A = \sigma\upsilon\nu(-x) + \eta\mu(-x) + \eta\mu(\pi + x) + \sigma\upsilon\nu(\pi - x)$

6. Δίνεται: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

Υπολογίστε:

α) $\eta\mu\frac{\pi}{8}$ β) $\eta\mu\frac{7\pi}{8}$ και $\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{8}$

γ) $\eta\mu\frac{9\pi}{8}$ και $\sigma\upsilon\nu\frac{9\pi}{8}$ δ) $\eta\mu\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

ε) $\eta\mu\frac{325\pi}{8}$ και $\sigma\upsilon\nu\frac{325\pi}{8}$

7. Συμπληρώστε τον πίνακα:

Γωνία	150°	135°	120°	210°	225°	240°
ημ						
συν						
εφ						

8. Εάν A, B, Γ είναι γωνίες τριγώνου, να αποδείξετε ότι:

α) $\eta\mu (B + \Gamma) = \eta\mu A$ β) $\sigma\upsilon\nu (B + \Gamma) = -\sigma\upsilon\nu A$ γ) $\epsilon\varphi (B + \Gamma) = -\epsilon\varphi A$

9. Εάν A, B, Γ, Δ είναι γωνίες κυρτού τετραπλεύρου, να αποδείξετε ότι:

α) $\eta\mu \frac{A+B}{2} = \eta\mu \frac{\Gamma+\Delta}{2}$

β) $\epsilon\varphi \frac{A+\Gamma}{2} = -\epsilon\varphi \frac{B+\Delta}{2}$

γ) $\sigma\upsilon\nu \frac{A+\Delta}{2} = -\sigma\upsilon\nu \frac{B+\Gamma}{2}$

10. Να αποδείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu 560^\circ \eta\mu 140^\circ - \eta\mu 680^\circ \sigma\upsilon\nu 380^\circ = 0$

11. Να βρείτε συναρτήσεις του $\eta\mu x$ και του $\sigma\upsilon\nu x$ τα ημίτονα και τα συνημίτονα

των αριθμών: α) $x - \pi$, β) $x + 4\pi$, γ) $-x + 5\pi$

12. Αν $\kappa \in \mathbb{Z}$, να δειχθεί ότι: $\eta\mu \left(\frac{4\kappa\pi - \alpha}{2} \right) = -\eta\mu \frac{\alpha}{2}$.

13. Δίνεται $\eta\mu 42^\circ = 0,66$. Να βρείτε το $\eta\mu 138^\circ$ και το $\sigma\upsilon\nu 222^\circ$.

14. Εάν $\sigma\upsilon\nu 146^\circ = -0,82$, να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu 34^\circ$ και το $\eta\mu 214^\circ$.

15. Δίνεται μια οξεία γωνία α και η γωνία $\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\frac{\pi}{2} - \alpha$ και $\frac{\pi}{2} + \alpha$ είναι παραπληρωματικές.

β) Γράψτε τις ισότητες που συνδέουν τους αριθμούς $\eta\mu\beta$, $\sigma\upsilon\nu\beta$, $\epsilon\varphi\beta$,

με τους $\eta\mu \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$, $\sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$, $\epsilon\varphi \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$.

16. Δίνεται ότι: $\text{csc} \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

α) Να υπολογίσετε: i) $\eta\mu \frac{\pi}{5}$ και ii) $\epsilon\phi \frac{\pi}{5}$.

β) Από τα $\eta\mu \frac{\pi}{5}$ και $\text{csc} \frac{\pi}{5}$, να υπολογισθούν:

i) $\eta\mu \frac{4\pi}{5}$ και $\text{csc} \frac{4\pi}{5}$, ii) $\eta\mu \frac{6\pi}{5}$ και $\text{csc} \frac{6\pi}{5}$

17. Δίνεται ότι $\eta\mu \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$:

α) Υπολογίστε: i) $\text{csc} \frac{\pi}{12}$, ii) $\epsilon\phi \frac{\pi}{12}$.

β) Στη συνέχεια υπολογίστε το ημίτονο και το συνημίτονο των γωνιών:

i) $\frac{11\pi}{12}$, ii) $\frac{13\pi}{12}$, iii) $\frac{143\pi}{12}$

18. Υπολογίστε το ημίτονο και το συνημίτονο των παρακάτω γωνιών:

α) $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{71\pi}{3}$, $\frac{97\pi}{3}$

β) $-\frac{\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{81\pi}{4}$, $-\frac{108\pi}{4}$

γ) $\frac{5\pi}{6}$, $-\frac{\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{13\pi}{6}$

δ) $-\frac{8\pi}{3}$, $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{13\pi}{4}$

Χρησιμοποιήστε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ και $\frac{\pi}{6}$

καθώς και τους τύπους που συνδέουν τις γωνίες.

19. Το $\eta\mu(-\omega)$ ισούται με:

A. $\eta\mu\omega$ B. $\text{csc}(\pi - \omega)$ Γ. $-\text{csc}(\pi + \omega)$ Δ. $-\eta\mu\omega$

E. κανένα από τα προηγούμενα

20. Το $-\sin(-\omega)$ ισούται με:
A. $\sin\omega$ **B.** $-\sin\omega$ **Γ.** $\eta\mu\omega$ **Δ.** $\eta\mu(-\omega)$
E. κανένα από τα προηγούμενα
21. Το $\sin(-\omega)$ ισούται με:
A. $\sin\omega$ **B.** $-\sin\omega$ **Γ.** $\eta\mu(\pi - \omega)$ **Δ.** $-\eta\mu(\pi - \omega)$
E. κανένα από τα προηγούμενα
22. Η $\epsilon\varphi(-\omega)$ ισούται με:
A. $-\sigma\varphi\omega$ **B.** $-\epsilon\varphi\omega$ **Γ.** $\epsilon\varphi(\pi + \omega)$ **Δ.** $\sigma\varphi\omega$
E. κανένα από τα προηγούμενα
23. Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης:
 $A = \eta\mu(x - y) \sin(y - x) + \eta\mu(y - x) \sin(x - y)$
24. Αν k ακέραιος, τότε για κάθε γωνία x ναδειχθεί ότι:
α) $\eta\mu[(-1)^{2k+1}x] = -\eta\mu x$
β) $\sin[(-1)^{2k+1}x] = \sin x$
γ) $\epsilon\varphi[(-1)^{2k}x] = \epsilon\varphi x$
25. Ναδειχθεί ότι αν $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, τότε $\sin|x| = |\sin(-2k\pi + x)|$.
26. Το $\eta\mu(\pi - \omega)$ ισούται με:
A. $\sin\omega$ **B.** $-\eta\mu\omega$ **Γ.** $\eta\mu\omega$ **Δ.** $-\sin\omega$
E. κανένα από τα προηγούμενα
27. Το $\sin(\pi + \omega)$ ισούται με:
A. $\eta\mu(-\omega)$ **B.** $\sin\omega$ **Γ.** $\eta\mu\omega$ **Δ.** $-\sin\omega$
E. κανένα από τα προηγούμενα
28. Η $\epsilon\varphi(\pi + \omega)$ ισούται με:
A. $\sigma\varphi\omega$ **B.** $\epsilon\varphi\omega$ **Γ.** $-\epsilon\varphi\omega$ **Δ.** $\sigma\varphi(-\omega)$
E. κανένα από τα προηγούμενα

29. Το $\eta\mu 315^\circ$ ισούται με:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Γ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Δ. $\frac{1}{2}$ Ε. $-\frac{1}{2}$

30. Η $\epsilon\phi 315^\circ$ ισούται με:

A. 1 B. -1 Γ. $\sqrt{3}$ Δ. $-\sqrt{3}$ Ε. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

31. Το $\eta\mu(\pi + \omega)$ ισούται με:

A. $\eta\mu\omega$ B. $-\eta\mu\omega$ Γ. $\sigma\upsilon\upsilon\omega$ Δ. $\sigma\upsilon\upsilon(\pi - \omega)$
Ε. κανένα από τα προηγούμενα

32. Το $\sigma\upsilon\upsilon(\pi - \omega)$ ισούται με:

A. $\eta\mu(-\omega)$ B. $\sigma\upsilon\upsilon\omega$ Γ. $-\sigma\upsilon\upsilon\omega$ Δ. $\eta\mu\omega$
Ε. κανένα από τα προηγούμενα

33. Αν $\eta\mu\theta = \eta\mu 42^\circ$ και $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, τότε η γωνία θ είναι:

A. 132° B. 138° Γ. 142° Δ. 148° Ε. 157°

34. Μας δίνονται οι σχέσεις:

α) $\epsilon\phi\theta = -\frac{1}{3}$ β) $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ γ) $\sigma\upsilon\upsilon^2\theta = \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2\theta}$

δ) $\epsilon\phi\theta = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\upsilon\theta}$ ε) $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\upsilon^2\theta = 1$

Για να υπολογίσουμε το $\eta\mu\theta$ θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις:

A. (α), (β), (γ), (δ) B. (α), (γ), (ε) Γ. (α), (γ), (δ)
Δ. (α), (β), (δ) Ε. (α), (β), (γ)

35. Αν $\eta\mu x = \frac{4}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{3}{5}$, τότε η γωνία x βρίσκεται ανάμεσα:

- A. $0 < x < \pi$ B. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ Γ. $0 < x < \frac{3\pi}{2}$
Δ. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ E. $0 < x < 2\pi$

Ποια από τις πέντε περιπτώσεις **δεν μπορεί** να είναι σωστή;

36. Αν $0 \leq x \leq 180^\circ$, τότε η σχέση $2\eta\mu x - \sqrt{5} = 0$ αληθεύει για:

- A. μια τιμή του x B. δύο τιμές του x Γ. για καμία τιμή του x
Δ. για άπειρες τιμές του x E. για δύο αντίθετες τιμές του x

37. Σε ένα τετράπλευρο ABΓΔ έχουμε $\eta\mu A + \eta\mu B + \eta\mu \Gamma + \eta\mu \Delta = 4$.

Τότε αυτό είναι:

- A. τετράγωνο ή ορθογώνιο B. ρόμβος
Γ. τραπέζιο Δ. τυχαίο τετράπλευρο
E. δεν μπορούμε να καθορίσουμε το είδος του τετραπλεύρου

38. Ναδειχθεί ότι $\eta\mu^2(\kappa 360^\circ + x) + \sigma\upsilon\nu^2(\kappa 360^\circ - x) = 1$.

39. Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$, $90^\circ < x < 180^\circ$, τότε εφ x ισούται με:

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ Γ. $-\frac{3}{4}$ Δ. $\frac{9}{16}$ E. $\frac{9}{3}$

40. Το άθροισμα $\eta\mu(-\omega) + \sigma\upsilon\nu(-\omega) + \eta\mu(180^\circ - \omega) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)$ ισούται με:

- A. 1 B. -1 Γ. 0 Δ. 2 E. $2\eta\mu\omega$

41. Αν A, B, Γ γωνίες τριγώνου, τότε το $\sigma\upsilon\nu(2A + 2B + 2\Gamma)$ ισούται με:

- A. $2\sigma\upsilon\nu(A + B + \Gamma)$ B. 0 Γ. -1 Δ. 1 E. $-\eta\mu(A + B + \Gamma)$

42. Αν $0 < x_1 < x_2 < 180^\circ$ γράψτε όλες τις δυνατές σχέσεις μεταξύ $\eta_{\mu x_1}$ και $\eta_{\mu x_2}$ (χρησιμοποιήστε τον τριγωνομετρικό κύκλο).
43. Να εξετάσετε αν οι ρίζες της εξίσωσης $4x^2 + 2(\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$ μπορούν να είναι το ημίτονο και το συνημίτονο μιας γωνίας θ .
44. Να βρείτε όλες τις τιμές των:
 α) $\eta_{\mu k\pi}$ β) $\sigma_{\nu k\pi}$ γ) $\epsilon_{\phi k\pi}$, όπου $k \in \mathbb{Z}$
45. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε:
 α) $\eta_{\mu A} = \eta_{\mu (B + \Gamma)}$
 β) $\eta_{\mu}^2 B + \sigma_{\nu}^2(A + \Gamma) = 1$
46. Να δείξετε ότι: $0 < \frac{\epsilon_{\phi}(\pi - x)}{\sigma_{\nu}(\pi - x) - \epsilon_{\phi}x} < 1$.
47. Αν A', B', Γ' οι εξωτερικές γωνίες ενός τριγώνου $AB\Gamma$, τότε $\eta_{\mu}(A' + B' + \Gamma') = 0$.
48. Αν A', B', Γ', Δ' οι εξωτερικές γωνίες ενός κυρτού τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$, τότε $\eta_{\mu}(A' + B' + \Gamma' + \Delta') = 0$.
49. Να δειχθεί ότι οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται κάθετα αν το άθροισμα των ημιτόνων των τεσσάρων γωνιών που έχουν κορυφή το σημείο τομής των διαγωνίων είναι 4.
50. Να δειχθεί ότι η εφαπτομένη κάθε εξωτερικής γωνίας οξυγώνιου τριγώνου είναι αρνητικός αριθμός.
51. Αν x γωνία τριγώνου, να δειχθεί ότι $\eta_{\mu} \left| x - 360^\circ \right| = -\eta_{\mu}x$.

52. Να τοποθετήσετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

α) $\eta\mu(-\frac{\pi}{2})$, $\eta\mu(-\frac{\pi}{3})$, $\eta\mu(-\frac{\pi}{4})$, $\eta\mu(-\frac{\pi}{6})$, $\eta\mu 0$, $\eta\mu \frac{\pi}{6}$, $\eta\mu \frac{\pi}{4}$, $\eta\mu \frac{\pi}{3}$, $\eta\mu 90^\circ$.

β) $\epsilon\phi(-\frac{\pi}{6})$, $\epsilon\phi \frac{\pi}{4}$, $\epsilon\phi(-\frac{\pi}{4})$, $\epsilon\phi \frac{\pi}{3}$, $\epsilon\phi(-\frac{\pi}{3})$, $\epsilon\phi 0$.

γ) $\sigma\upsilon\nu(-170^\circ)$, $\sigma\upsilon\nu 40^\circ$, $\sigma\upsilon\nu(-150^\circ)$, $\sigma\upsilon\nu(-90^\circ)$, $\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6}$, $\sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{3})$.

53. Να δείξετε ότι:
$$\frac{\eta\mu \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6} \cdot \epsilon\phi \frac{4\pi}{3}}{2\eta\eta\mu \frac{4\pi}{3} \cdot \epsilon\phi \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\phi \frac{7\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Γωνίες με άθροισμα 90° - Γωνίες με διαφορά 90°

1. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης (A) που είναι ίσα με στοιχεία της στήλης (B).

στήλη (A)	στήλη (B)
$\eta\mu(90 - \omega)$	- $\eta\mu\omega$
$\sigma\upsilon\nu(90 - \omega)$	$\epsilon\phi\omega$
$\epsilon\phi(90 - \omega)$	$\eta\mu\omega$
$\sigma\phi(90 - \omega)$	- $\sigma\upsilon\nu\omega$
	$\sigma\upsilon\nu\omega$
	- $\epsilon\phi\omega$
	$\sigma\phi\omega$
	- $\sigma\phi\omega$

2. Το $\eta\mu(\frac{\pi}{2} + \omega)$ ισούται με:

- A. $\eta\mu(-\omega)$ B. $\sigma\upsilon\nu\omega$ Γ. - $\sigma\upsilon\nu\omega$ Δ. $\eta\mu\omega$
 E. κανένα από τα προηγούμενα

3. Το $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)$ ισούται με:
 Α. $\eta\mu\omega$ Β. $\sin(-\omega)$ Γ. $-\sin\omega$ Δ. $-\eta\mu\omega$
 Ε. κανένα από τα προηγούμενα
4. Η $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)$ ισούται με:
 Α. $\epsilon\phi\omega$ Β. $-\sigma\phi\omega$ Γ. $-\epsilon\phi\omega$ Δ. $\sigma\phi\omega$
 Ε. κανένα από τα προηγούμενα
5. Να γράψετε συναρτήσεις των τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας θετικής και μικρότερης από 45° τις εκφράσεις:
 α) $\epsilon\phi 85^\circ$, β) $\eta\mu 65^\circ$, γ) $\sin 125^\circ$
6. Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu 450^\circ + \epsilon\phi 220^\circ + \sigma\phi 410^\circ = 1 + 2\epsilon\phi 40^\circ$
7. Αν α οξεία γωνία να δείξετε ότι:
 α) οι γωνίες $\frac{\pi}{2} + \alpha$ και $-\alpha$ είναι συμπληρωματικές
 β) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\eta\mu\alpha$
 γ) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sigma\phi\alpha$
8. Δίνεται: $\eta\mu 28^\circ = 0,47$ και $\sin 28^\circ = 0,88$.
 α) Υπολογίστε: $\eta\mu 62^\circ$, $\sin 62^\circ$ και $\epsilon\phi 62^\circ$.
 β) Υπολογίστε: $\eta\mu 118^\circ$, $\sin 118^\circ$ και $\epsilon\phi 118^\circ$.
9. Αν $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$, να υπολογίσετε το $\eta\mu\frac{3\pi}{8}$.
10. Αν $x + y = \frac{\pi}{2}$ και $\eta\mu x = 0,28$, να υπολογίσετε:
 α) $\sin y$, β) $\eta\mu y$ και γ) $\epsilon\phi y$

11. Να εκφράσετε συναρτήσει του $\eta\mu x$ και του $\sigma\upsilon\nu x$ τις παραστάσεις:

$$A = \sigma\upsilon\nu(x - \pi) + \sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{2}) + \eta\mu(x - \pi) + \eta\mu(x - \frac{\pi}{2})$$

$$B = \eta\mu(\frac{\pi}{2} - x) + \sigma\upsilon\nu(\pi + x) - \sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{2})$$

12. Δίνονται δύο γωνίες x και y , $0 < x < 90^\circ$ και $0 < y < 90^\circ$.

Δίνεται επίσης ότι: $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu y$ (1) και $x = 2y$ (2)

α) Τι συμπεραίνετε από την (1) για τις γωνίες x και y ;

β) Βρείτε τις γωνίες x και y .

13. Η παράσταση $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2(\frac{\pi}{2} - x)$ ισούται με:

A. 2 B. 0 Γ. $2\eta\mu^2 x$ Δ. 1 E. $1 - \eta\mu^2 x$

14. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\eta\mu(B + \Gamma) = 1$, τότε να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

15. Η τιμή της παράστασης $\kappa = \eta\mu(45^\circ + x) - \sigma\upsilon\nu(45^\circ - x)$ είναι:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Γ. 0 Δ. $\eta\mu x$ E. $\sigma\upsilon\nu x$

16. Αν οι γωνίες x και y είναι συμπληρωματικές, ποια από τις παρακάτω σχέσεις δεν ισχύει:

A. $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 y = 1$ B. $(\eta\mu x + \eta\mu y)^2 = 1 - 2\eta\mu x \eta\mu y$

Γ. $\epsilon\phi x \epsilon\phi y = 1$ Δ. $\sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 y = 1$ E. $\sigma\phi x \cdot \sigma\phi y = 1$

17. Να δειχθεί ότι: $\eta\mu x + \eta\mu(x + 90^\circ) + \eta\mu(x + 180^\circ) + \eta\mu(x + 270^\circ) = 0$.

18. α) Να αποδείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu(x + 45^\circ) = \eta\mu(45^\circ - x)$

β) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή του αθροίσματος:

$$\sigma\upsilon\nu^2(x + 45^\circ) + \sigma\upsilon\nu^2(x - 45^\circ) + \eta\mu^2(45^\circ - y) + \eta\mu^2(y + 45^\circ).$$

19. Να αποδείξετε ότι: $\frac{-\eta\mu(270^\circ + \theta)}{1 + \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \theta)} = \frac{\eta\mu(180^\circ + \theta) - 1}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}$.

20. Να απλοποιηθεί η κλασματική παράσταση: $\frac{\eta\mu(\pi + x) \eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)}{\sigma\upsilon\nu(-x) \sigma\upsilon\nu(\pi + x)}$.

21. Να δείξετε ότι για κάθε $k \in \mathbb{Z}$ είναι:

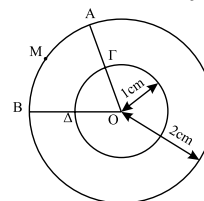
$$\eta\mu x = (-1)^k \sigma\upsilon\nu[(2k + 1) \frac{\pi}{2} - x]$$

Ερωτήσεις του τύπου «σωστό - λάθος»

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

Σωστό Λάθος

1. Εάν τα δύο τόξα του διπλανού σχήματος ΓΔ και ΑΜ έχουν το ίδιο μήκος, τότε η ΟΜ είναι η μεσοκάθετος της χορδής ΑΒ.



2. Το μέτρο μιας γωνίας σε μοίρες βρίσκεται αν πολλαπλασιάσουμε το μέτρο της γωνίας σε ακτίνια επί $\frac{\pi}{180}$.

3. Αν μια γωνία έχει μέτρο $-\frac{11\pi}{6}$, τότε έχει την ίδια αρχική και τελική πλευρά με τη γωνία $-\frac{\pi}{6}$.

4. Τα σημεία του τριγωνομετρικού κύκλου που αντιστοιχούν στους αριθμούς $0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, -\frac{2\pi}{3}$ και $-\frac{\pi}{3}$ είναι κορυφές κανονικού εξαγώνου.

5. Εάν μια γωνία φ είναι αρνητική τότε ένας τουλάχιστον από τους $\eta\mu\varphi$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi$ είναι επίσης αρνητικός.
6. $\eta\mu^2 \frac{\pi}{12} + \eta\mu^2 \frac{5\pi}{12} = 1$.
7. Αν $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$, τότε $\eta\mu x = -\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x}$.
8. Εάν μια γωνία ω αυξηθεί κατά π , τότε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και το $\eta\mu\omega$ αλλάζουν πρόσημο.
9. Εάν ο y αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του $\eta\mu y$ και του $\sigma\upsilon\nu y$.
10. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει:
 $\eta\mu 2x = 2\eta\mu x$.
11. Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$.
 Αν A, B, Γ γωνίες τριγώνου τότε
 $\eta\mu A + \eta\mu B + \eta\mu \Gamma = 3$.
12. Αν $90^\circ < x < 180^\circ$ και $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{4}{5}$.
13. Αν $180^\circ < x < 270^\circ$ και $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{2}{3}$ τότε $\eta\mu x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
14. Αν $\eta\mu x = 0$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = 0$.
15. Αν $\eta\mu x = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = 1$.
16. Αν $\eta\mu x > 0$ και $\sigma\upsilon\nu x > 0$ τότε $\epsilon\varphi x > 0$.
17. Είναι $|\eta\mu x| \leq 2$.
18. Είναι $|\sigma\upsilon\nu x| > 1$.
19. Αν $90^\circ \leq x \leq 180^\circ$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = \sqrt{1 - \eta\mu^2 x}$.
20. Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ τότε $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} \cdot \epsilon\varphi x = -1$.
21. Υπάρχει x ώστε $\sigma\upsilon\nu x = \frac{\eta\mu x}{\epsilon\varphi x}$.
22. Αν $0^\circ < x < 90^\circ$ τότε $\eta\mu x < \epsilon\varphi x$.
23. Αν $\epsilon\varphi x = 1$ τότε $|\eta\mu x| = |\sigma\upsilon\nu x|$.

24. Ισχύει $3\eta\mu 30^\circ = \eta\mu 90^\circ$.
25. Αν $|\sigma\upsilon\nu x| = \sigma\upsilon\nu x$ τότε $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$.
26. Αν $0^\circ < x < 360^\circ$ και $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ τότε $x = 45^\circ$ ή $x = 225^\circ$.
27. Αν $45^\circ < x < 90^\circ$ τότε $\frac{1}{\epsilon\phi x} < 1$.
28. Αν $90^\circ < x < 180^\circ$ τότε $\epsilon\phi x < 0$.
29. Αν $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ τότε $\eta\mu x \geq 0$.
30. Αν $0 < \omega < \phi < \frac{\pi}{2}$ τότε $\sigma\upsilon\nu\omega < \sigma\upsilon\nu\phi$.
31. Αν $\omega + \phi = \frac{\pi}{2}$ τότε $\sigma\upsilon\nu\phi = \eta\mu\omega$.
32. Αν $\omega + \phi = \frac{\pi}{2}$ τότε $\sigma\upsilon\nu 2\omega = \eta\mu 2\phi$.
33. Αν $\frac{\pi}{2} < \phi < \omega < \pi$ τότε $\eta\mu\phi < \eta\mu\omega$.
34. Αν $v \in \mathbb{N}^*$ τότε $|\eta\mu x|^v \leq |\eta\mu x|$.
35. Αν $\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega < 0$ τότε $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ ή $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$.
36. Υπάρχουν α, β με $\alpha = 2\beta$ ώστε $\eta\mu\alpha = 2\eta\mu\beta$.
37. Αν $\eta\mu\alpha = \eta\mu\beta$ τότε $\sigma\upsilon\nu\beta = -\sigma\upsilon\nu\alpha$.
38. Αν $\alpha - \beta = 2\kappa\pi$ τότε οι α, β έχουν ίσους
τριγωνομετρικούς αριθμούς.
39. Αν $x + y = 0$ τότε $\eta\mu x = \eta\mu y$.
40. Αν $x = \kappa 360^\circ + \omega$, $\kappa \in \mathbb{Z}$, τότε $\eta\mu x = \eta\mu\omega$.
41. Αν $y = -\kappa 360^\circ + \omega$, $\kappa \in \mathbb{Z}$, τότε $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu y$.
42. Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ τότε $\eta\mu 2x > 0$.
43. Σε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε
 $\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{3}{2}$.
44. Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\eta\mu A + \eta\mu B + \eta\mu \Gamma + \eta\mu \Delta = 4$.

45. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει:
 $\sqrt{(1 - \sigma\upsilon\nu x)^2} + \sqrt{(1 + \sigma\upsilon\nu x)^2} = 2.$
46. Ισχύει $(3 - 2\sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - 1)^2 = 0.$
 α) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\eta\mu A = \eta\mu (B + \Gamma).$
 β) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\eta\mu \frac{A}{2} = \sigma\upsilon\nu \frac{B + \Gamma}{2}.$
 γ) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2} = \eta\mu \frac{B + \Gamma}{2}.$
 δ) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\sigma\upsilon\nu A = - \sigma\upsilon\nu (B + \Gamma).$
47. Σε κάθε κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ έχουμε:
 α) $\eta\mu (A + B + \Gamma + \Delta) = 1$
 β) $\sigma\upsilon\nu (A + B + \Gamma + \Delta) = 0$
 γ) $\eta\mu (A + B) = \eta\mu (\Gamma + \Delta)$
 δ) $\sigma\upsilon\nu (A + \Gamma) = \sigma\upsilon\nu (B + \Delta)$
48. Για κάθε γωνία ή τόξο x είναι $|\eta\mu (\pi + x)| = |\eta\mu (\pi - x)|.$
49. Ισχύει πάντοτε $\epsilon\varphi |x| = |\epsilon\varphi x|.$
50. Υπάρχει τρίγωνο που το ημίτονο μιας γωνίας του είναι $-\frac{1}{2}.$
51. Είναι $|\eta\mu x| + |\sigma\upsilon\nu x| > 1$